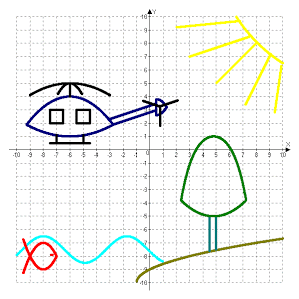
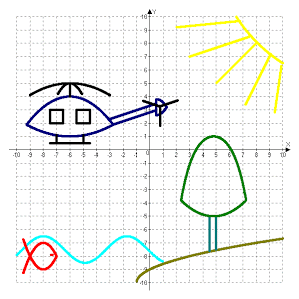
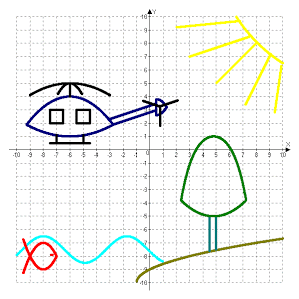
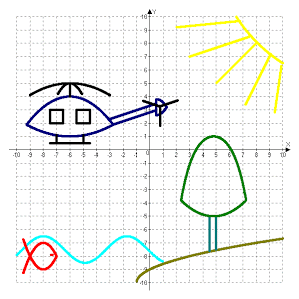
УПРАВЛІННЯ ОСВІТИ І НАУКИ ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ

КОМУНАЛЬНИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД «ЧЕРКАСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ОСВІТИ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРАЦІВНИКІВ ЧЕРКАСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ РАДИ»

**Тема «ФУНКЦІЯ»**

**в сучасній шкільній математичній освіті**





**Черкаси**

**2019**

**УДК 373.5.016:51**

**К 59**

Рекомендовано до друку Вченою радоюКНЗ **«**ЧОІПОПП ЧОР».

Протокол № 2 від 16 травня 2019 року

**Автори:**

**Козлова Ольга Миколаївні**, методист з математики лабораторії природничо-математичних дисциплін КНЗ «Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників Черкаської обласної ради»

**Гончарик Ольга Филимонівна,** учитель математики вищої кваліфікаційної категорії, учитель-методист Кам’янського еколого-економічного ліцею Кам’янської міської ради Черкаської області

**Ходоровська Стелла Іванівна,** заступник директора з навчально-виховної роботи, учитель математики вищої кваліфікаційної категорії, учитель-методист Кам’янського еколого-економічного ліцею Кам’янської міської ради Черкаської області

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

**Тарасенкова Ніна Анатоліївна,** доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького

**Антонова Світлана В’ячеславівна,** заступник директора, учитель математики Черкаської загальноосвітньої школи І-ІІІ ступенів № 32 Черкаської міської ради

**О. М. Козлова**

К 59 Тема «Функція» в сучасній шкільній математичній освіті/ О. М. Козлова, О. Ф. Гончарик, С. І. Ходоровська. - Черкаси: КНЗ «ЧОІПОПП ЧОР», 2019. – 80 с.

У своїй роботі автори представили власне бачення щодо викладання теми «Функція» в сучасній шкільній математичній освіті.

Функції як і люди – неповторні. Кожна зі своїм характером (властивостями), кожна має свій портрет (графік). Та всі вони розглядаються в математиці за певним алгоритмом. У запропонованій збірці проаналізовано вивчення даної теми згідно з навчальними програмами МОНу для 7-11 класів із різними рівнями викладання, представлені опорні конспекти, текстові задачі, запропоновано два елективні курси.

Даний методичний посібник буде цікавий учителям математики, а також тим, хто любить творчо і креативно підходити до виконання будь-якої справи, що стосується викладання або вивчення математики.

**ЗМІСТ**

|  |  |
| --- | --- |
| **1. Історія розвитку поняття «функція»**………………………………… | 4 |
| **2. Аналіз навчальних програм з математики для 7 – 9 класів**………. | 7 |
| 2.1. Для загальноосвітніх класів……………………………………… | 7 |
| 2.2. Для класів з поглибленим вивченням математики……………... | 10 |
| **3. Аналіз навчальних програм з математики для 10 – 11 класів**……. | 12 |
| 3.1. Рівень стандарту…………………………………………………... | 12 |
| 3.2. Академічний рівень……………………………………………….. | 14 |
| 3.3. Профільний рівень………………………………………………... | 16 |
| 3.4. Для класів з поглибленим вивченням математики……………... | 20 |
| **4. Опорні конспекти 7-11 класи**…………………………………………. | 23 |
| **5. Загальна схема дослідження функції**………………………………… | 40 |
| **6. Типові завдання до тем**……………………………………………….. | 44 |
| **7. Розумне для розумників**………………………………………………... | 60 |
| **8. Функції посміхаються**………………………………………………… | 63 |
| **9. Програма з елективного курсу «Про функції цікаво», 9 клас**…….. | 65 |
| **10. Елективний курс «Функції в природі і техніці»**…………………... | 68 |
| **11. Віртуальний кабінет математики**…………………………………… | 77 |

*... поняття функціональної залежності є основне поняття всієї вищої математики ...*

## *Хінчин О. Я.*

**1. Історія розвитку поняття «функція»**

Функція – одне з основних математичних і загальнонаукових понять. Воно зіграло й понині відіграє велику роль у пізнанні реального миру.

Ідея функціональної залежності бере свій початок від стародавніх часів. Її застосування знаходиться вже в перших математично виражених співвідношеннях між величинами, у перших правилах дій над числами. У перших формулах для знаходження площі й об’єму тих або інших геометричних фігур. Так, вавилонські вчені (4-5 тисяч років тому) нехай несвідомо, встановили, що площа круга є функцією від його радіуса за допомогою знаходження грубо наближеної формули: S=3r2. Прикладами табличного задання функції служили астрономічні таблиці вавилонян, стародавніх греків та індійців, а прикладами словесного завдання функції – античні визначення конічних перерізів, причому самі ці криві виступали як геометричні образи відповідної залежності.

Починаючи лише з ХХVII століття, у зв'язку із проникненням у математику ідеї змінних, поняття функції явно й цілком свідомо застосовується.

Шлях до появи поняття функції заклали французькі вчені Франсуа Вієт і Рене Декарт; вони розробили єдину буквену математичну символіку, що незабаром одержала загальне визнання. Тим самим з’явилася можливість записувати загальні формули. В 1671 році Ньютон під функцією став розуміти змінну величину, що змінюється із часом (називав в «флюентой»).

В «Геометрії» Декарта й роботах Ферма, Ньютона й Лейбніца поняття функції мало по суті інтуїтивний характер і було пов’язане або з геометричними, або з механічними уявленнями: ординати точок кривих – функція від абсцис (x); шлях і швидкість – функція від часу (t) і т.п.

Саме слово «функція» (від латинського functio – відображення, трансформація) вперше було запропоновано німецьким математиком Лейбніцем в 1673р. у листі до Гюйгенса (під функцією він розумів відрізок, довжина якого змінюється за яким-небудь певним законом).

Остаточне формулювання означення функції з аналітичної точки зору зробив в 1748 році учень Бернуллі Эйлер («Введення в аналіз нескінченного»)…

Інтуїтивно, функція — це певне «правило», або «перетворення», яке ставить у відповідність унікальне вихідне значення кожному вхідному значенню. Наприклад, в кожної особи є улюблений колір (жовто-блакитний, помаранчевий, біло-синій тощо). Улюблений колір є «функцією особи», тобто, наприклад, у Віктора улюбленим є помаранчевий, у Людмили — біло-синій. Тобто, вхідними значеннями тут є особи, вихідними — улюблені кольори. Або, наприклад, час, необхідний камінцю, кинутому з певної висоти, щоби досягнути землі, залежить від цієї висоти, яка тут виступає як вхідне значення, а час, який камінець знаходиться в польоті — як вихідне значення.

«Правило», яке визначає функцію, може бути задане формулою, певним співвідношенням або просто таблицею, в якій перелічені всі можливі комбінації вхідних та вихідних значень. Найважливішою ознакою звичайної функції є те, що вона завжди продукує однаковий результат на подане вхідне значення. Вхідне значення часто називають аргументом функції, вихідне — значенням функції.

Зазвичай в функціях аргументами та значеннями виступають числа, і функціональна залежність задається формулою. Значення функції отримується безпосередньою підстановкою аргументу в формулу. Прикладом такої функції може бути квадратична залежність: f(x) = x2, яка ставить у відповідність кожному аргументу його квадрат.

В загальнішому випадку, функція може бути залежною від декількох аргументів.

Втім, в сучасній математиці і природничих науках розглядаються функції, які не можуть бути явно задані формулами, тому сучасна інтерпретація поняття «функція» визначає її як певне відображення, відповідність між деякими множинами A (множиною або областю визначення) та B (яку іноді називають областю значень, хоча це й не зовсім правильно), отже таке відображення, яке зіставляє кожному елементу з множини A єдиний елемент з множини B. В теорії множин такі функції зручно визначати з допомогою відповідностей між множинами. В такій узагальненій інтерпретації функція стає фундаментальним поняттям практично в кожній галузі математичних знань.

При дослідженні різних явищ та процесів природи, розв’язанні технічних задач, вивченні математики на кожному кроці зустрічаються факти зміни однієї величини залежно від зміни іншої – так званої функціональної залежності.

Розвиток поняття функції не зупиняється (поняття узагальненої функції) і, швидше за все, буде змінюватися далі, пристосовуючись до потреб науки.

Сучасний шкільний курс вивчення функції будується за аналогією з розвитком в історії поняття функції.

**2. Навчальні програми з математики для 7 – 9 класів**

(аналіз вивчення змістової лінії *ФУНКЦІЯ* в основній школі)

**7 клас**

**АЛГЕБРА** (*70 год, 2 год на тиждень, резерв — 12 год*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів** | **Зміст навчального матеріалу** |
| **Тема 2. ФУНКЦІЇ**(*10 год*) | |
| **Учень/учениця:**  **наводить приклади:** функціональних залежностей; лінійних функцій;  **пояснює**, що таке:аргумент; функція; область визначення функції; область значень функції; графік функції;  **формулює** означення понять: функція; графік функції; лінійна функція; пряма пропорційність;  **називає та ілюструє на прикладах** способи задання функції;  **описує** побудову графіка функції, зокрема лінійної та її окремого виду – прямої пропорційності;  **розв’язує вправи, що передбачають:** знаходження області визначення функції; знаходження значення функції за даним значенням аргументу; побудову графіка лінійної функції; знаходження за графіком функції значення функції за даним значенням аргументу і навпаки; визначення окремих характеристик функції за її графіком (додатні значення, від’ємні значення, нулі);  **складає та розв'язує задачі на:** пряму пропорційність на основі життєвого досвіду; побудову графіків при моделюванні реальних процесів з використанням лінійної функції тощо. | Функціональна залежність між величинами як математична модель реальних процесів.  Функція. Область визначення та область значень функції. Способи задання функції. Графік функції.  Лінійна функція її графік та властивості. |
| **Тема 3. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ**(*18 год*) | |
| **Учень/учениця:**  **будує** графіки лінійних рівнянь із двома змінними;  **описує** способи розв’язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними;  **характеризує** випадки,коли система двох лінійних рівнянь з двома змінними має один розв’язок; має безліч розв’язків; не має розв’язків. | Лінійне рівняння з двома змінними та його графік.  Розв’язування систем двох лінійних рівнянь з двома змінними: графічним способом. |

**8-й клас**

**АЛГЕБРА**

(*70 год, 2 год на тиждень, резерв — 20 годин*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів** | **Зміст навчального матеріалу** |
| **Тема 1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ**(*24 год*) | |
| **Учень/учениця:**  **описує** властивості функції за її графіком;  **розв’язує вправи, що передбачають:** побудову графіка функції | Функція , її графік і властивості. |
| **Тема 2. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. ДІЙСНІ ЧИСЛА (***10 год*) | |
| **Учень/учениця:**  **характеризує:** властивості функцій ,за їх графіками;  **розв’язує вправи, що передбачають:** побудову графіків функцій | Функція *y* = *x*2, її графік і властивості.  Функція , її графік і властивості. |

**9 клас**

**АЛГЕБРА**

(*70 год, 2 год на тиждень, резерв — 18 год*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів** | **Зміст навчального матеріалу** |
| **Тема 2. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ (***20 год*) | |
| **Учень/учениця:**  **наводить приклади** квадратичної функції;  **обчислює** значення функції в точці  **пояснює** перетворення графіків функції: *f*(*x*)→*f*(*x*)+*а*; *f* (*x*) →*f* (*x+а*); *f*(*x*) → *kf*(*x*), *f* (*x*) → – *f*(*x*); алгоритм побудови графіка квадратичної функції;  **характеризує** функцію за її графіком  **розв’язує вправи, що передбачають:** побудову графіка квадратичної функції | Властивості функції. Нулі функції, проміжки знакосталості, зростання і спадання функції, найбільше та найменше значення функції.  Перетворення графіків функцій.  Квадратична функція, її графік і властивості. |

2.2. Для класів з поглибленим вивченням математики

**8-й клас**

| **К-ть год** | **Зміст навчального матеріалу** | **Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учня** |
| --- | --- | --- |
| **40** | **Тема 3. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ**  *Графічний метод розв'язування рівнянь.*  Функція | **Учень/учениця:**  **пояснює** алгоритми: графічного методу розв’язування рівнянь  **розв'язує вправи, що передбачають:** побудову графіка функції |
| **20** | **Тема 6. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. ДІЙСНІ ЧИСЛА**  Функція *у**= х2* та її графік.  Функція *,* її властивості і графік | **Учень/учениця:**  **розв'язує вправи, що передбачають:** використання графіків функцій *у = х*2і |

**9-й клас**

| **К-ть год** | **Зміст навчального матеріалу** | **Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учня** |
| --- | --- | --- |
| **45** | **Тема 2. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ**  Функції. Властивості функцій: парність і непарність, зростання і спадання, нулі і проміжки знакосталості, *найбільше і найменше значення функції. [Використання властивостей функцій для розв'язування рівнянь і нерівностей.]* Перетворення графіків функцій: , , , , , , **.** *[Функції у =* [*х*] *і у =* {*х*} *та їх графіки.]* Квадратична функція, її графік і властивості. Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною.  *Задачі на дослідження властивостей квадратного тричлена з параметрами. Графічні прийоми розв'язування задач з параметрами.*  *Метод інтервалів.* | **Учень/учениця:**  **пояснює** алгоритми: побудови графіка квадратичної функції, перетворення графіків функцій: , , , , , , ;  **характеризує** функцію за її графіком;  **формулює** означення: функції, парної та непарної функцій, зростаючої та спадної функцій, нуля функції, проміжку зростання і проміжку спадання функції, проміжку знакосталості функції, найбільшого і найменшого значень функції;  **розв'язує вправи, що передбачають**: побудову графіка квадратичної функції, побудову графіків функцій з використанням зазначених вище перетворень, розв’язування квадратичних нерівностей аналітичним та графічним способом, розв'язування нерівностей методом інтервалів. |
| **25** | **Тема 3. РІВНЯННЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ ТА ЇХ СИСТЕМИ**  Рівняння з двома змінними. *Графік рівняння з двома змінними. Графічні методи розв’язування систем рівнянь з двома змінними.* | **Учень/учениця:**  **пояснює** сутьграфічного методу розв'язування систем рівнянь із двома змінними;  **формулює** означення: розв'язку рівняння з двома змінними, графіка рівняння з двома змінними;  **розв'язує вправи, що передбачають:** побудову графіків рівнянь з двома змінними, складання і розв'язання систем рівнянь з двома змінними як математичних моделей реальних ситуацій. |
| **23** | **Тема 4. НЕРІВНОСТІ З ДВОМА ЗМІННИМИ ТА ЇХ СИСТЕМИ. ДОВЕДЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ.**  *Нерівність з двома змінними. Графік нерівності з двома змінними. Системи нерівностей з двома змінними. Геометрична інтерпретація розв'язків системи нерівностей з двома змінними.* | **Учень/учениця:**  **формулює:** означення**:** графіка нерівності з двома змінними;  **розв'язує вправи, що передбачають:** побудову геометричних образів нерівностей та їх систем. |

**3. Навчальні програми з математики для 10 – 11 класів** (аналіз вивчення змістової лінії *ФУНКЦІЯ* в старшій школі)

3.1. Рівень стандарту

**10-й клас**

| **К-ть год** | **Зміст навчального матеріалу** | **Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учня** |
| --- | --- | --- |
| **15** | **Тема 1. ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ**  Числові функції та їх властивості. Способи задання функцій. Парні та непарні функції.  Степеневі функції, їхні властивості та графіки. | **Учень (учениця):**  **користується** різними способами задання функцій;  **знаходить** природну область визначення функціональних залежностей;  **знаходить** значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;  **встановлює** за графіком функції її основні властивості;  **досліджує** властивості функцій;  **розпізнає та зображує** графіки степеневих функцій;  **моделює** реальні процеси за допомогою степеневих функцій. |
| **18** | **Тема 2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ**  Тригонометричні функції числового аргументу.  Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. | **Учень (учениця):**  **розпізнає і будує** графіки тригонометричних функцій;  **ілюструє** властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків;  **застосовує** тригонометричні функції до опису реальних процесів. |
| **14** | **Тема 3. ПОХІДНА ТА її ЗАСТОСУВАННЯ**  Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції. Екстремуми функції.  Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їхніх графіків. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. | **Учень (учениця):**  **знаходить** кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції **в** даній точці;  **знаходить** швидкість змінення величини в точці;  **застосовує** похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції;  **знаходить** найбільше і найменше значення функції. |

**11-й клас**

| **К-ть год** | **Зміст навчального матеріалу** | **Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учня** |
| --- | --- | --- |
| 16 | **Тема 4. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ**  Властивості та графіки показникової функції.  Властивості та графік логарифмічної функції. | **Учень (учениця):**  **розпізнає і будує** графіки показникової і логарифмічної функцій;  **ілюструє** властивості показникової і логарифмічної функцій за допомогою графіків;  **застосовує** показникову та логарифмічну функції до опису реальних процесів. |

3.2. Академічний рівень

**10-й клас**

| **К-ть год** | **Зміст навчального матеріалу** | **Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учня** |
| --- | --- | --- |
| **6** | **Тема 1. ФУНКЦІЇ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ**  Числові функції та їх властивості. Способи задання числових функцій. Парні та непарні функції  Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій. | **Учень (учениця):**  **користується** різними способами задання функцій;  **формулює** означення числової функції, зростаючої і спадної функцій, парної і непарної функцій;  **знаходить** область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;  **встановлює** за графіком функції її основні властивості;  **виконує і пояснює** перетворення графіків функцій;  **досліджує** функції, задані аналітично,  **використовує** одержані результати для побудови графіків функцій;  **застосовує** властивості функцій до розв’язування рівнянь і нерівностей. |
| **10** | **Тема 2. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ**  Функція та її графік.  Степенева функція, її властивості та графік. | **Учень (учениця):**  **розпізнає та зображує** графіки степеневих функцій;  **моделює** реальні процеси за допомогою степеневих функцій. |
| **16** | **Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ**  Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. | **Учень (учениця):**  **розпізнає і будує** графіки тригонометричних функцій;  **ілюструє** властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків;  **застосовує** тригонометричні функції до опису реальних процесів, зокрема гармонічних коливань. |
| **22** | **Тема 5. ПОХІДНА ТА її ЗАСТОСУВАННЯ**  Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків: зростання, спадання функції; екстремуми функції; найбільше і найменше значення функції на відрізку. Рівняння дотичної до графіка функції у заданій точці. | **Учень (учениця):**  **пояснює** геометричний та фізичний зміст похідної;  **формулює** правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, умови екстремуму функції;  **застосовує** похідну для знаходження проміжків монотонності й екстремумів функції;  **знаходить** найбільше і найменше значення функції на відрізку. |

**11-й клас**

| **К-ть год** | **Зміст навчального матеріалу** | **Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учня** |
| --- | --- | --- |
| **22** | **Тема 6. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ**  Степінь з дійсним показником.  Властивості та графік показникової функції.  Логарифми та їх властивості. Властивості та графік логарифмічної функції. | **Учень (учениця):**  **формулює** властивості логарифмів, показникової та логарифмічної функцій;  **будує** графіки показникових і логарифмічних функцій;  **ілюструє** властивості показникової та логарифмічної функцій за допомогою графіків. |

3.3. Профільний рівень

**10-й клас**

**Алгебра і початки аналізу 10-й клас**

*(175 год, 5 год на тиждень, 210 год, 6 год на тиждень)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К-сть**  **годин** | **Зміст навчального матеріалу** | **Навчальні досягнення учнів** |
| 40  (54) | **Тема 1. ФУНКЦІЇ, МНОГОЧЛЕНИ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ**  Числові функції. Способи задання функцій. Область визначення і множина значень функції. Графік функції. Зростання і спадання, парність і непарність функцій, найбільше та найменше значення функції. Властивості і графіки основних видів функцій. Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій.  Графік рівняння з двома змінними.  Графік нерівності з двома змінними. | Учень (учениця):  **користується** різними способами задання функцій; **формулює** означення числової функції, зростаючої та спадної функцій, парної та непарної функцій;  **знаходить** область визначення функціональних залежностей, значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;  **встановлює** за графіком функції її властивості;  **виконує і пояснює** перетворення графіків функцій;  **досліджує** функції і **використовує** одержані результати при побудові графіків функцій;  **застосовує** властивості функцій до розв’язування рівнянь і нерівностей;  **будує** нескладні графіки рівнянь та нерівностей із двома змінними; |
| З0  (30) | **Тема 2. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ**  Функція та її графік.  Степенева функція, її властивості та графік.  Оборотні функції. Взаємно обернені функції. | Учень (учениця):  **зображує** графік степеневої функції;  **застосовує** властивості функцій до розв’язування ірраціональних рівнянь і нерівностей. |
| 30  (30) | **Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ**  Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. | Учень (учениця):  **формулює** властивості тригонометричних функцій; властивості періодичних функцій; **будує** графіки періодичних функцій;  **ілюструє** властивості періодичних функцій за допомогою графіків. |
| 36  (48) | **Тема 5. ГРАНИЦЯ ТА НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ.**  **ПОХІДНА ТА її ЗАСТОСУВАННЯ**  Неперервність функції в точці і на проміжку.  Властивості неперервних функцій. Точки розриву функції.  Рівняння дотичної до графіка функції.  Складена функція.  Ознака сталості функції. Достатні умови зростання і спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.  Друга похідна. Поняття опуклості функції. Точки перегину.  Знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину.  Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків. Асимптоти графіка функції.  Застосування похідної до розв’язування задач, зокрема прикладного змісту. | Учень (учениця):  **формулює** означення границі послідовності і границі функції в точці; неперервності функції;  **формулює** основні властивості границі функції та **використовує** їх для знаходження границь заданих функцій;  **пояснює** геометричний і фізичний зміст похідної;  **формулює**, достатні умови зростання і спадання функції, необхідні й достатні умови екстремуму функції;  **знаходить** кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в даній точці;  **знаходить** похідні функцій;  **застосовує** похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції;  **знаходить** найбільше і найменше значення функції; **досліджує** функції за допомогою похідної та **будує** графіки функцій;  **розв’язує** прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин;  **застосовує** результати дослідження функції **за** допомогою похідної до розв’язування рівнянь і нерівностей та доведення нерівностей;  **описує** поняття опуклості та точки перегину функції; **застосовує** другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину;  **досліджує** функції за допомогою першої та другої похідних і **використовує** одержані результати для побудови графіків функцій.  **застосовує** похідну до розв’язування задач, зокрема прикладного змісту. |

**Алгебра і початки аналізу 11 клас**

*(175 год, 5 год на тиждень, 210 год, 6 год на тиждень)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К-сть**  **годин** | **Зміст навчального матеріалу** | **Навчальні досягнення учнів** |
| 36  (36) | **Тема 6. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ**  Показникова функція.  Логарифмічна функція. | Учень (учениця):  **формулює** означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості;  **будує** графіки показникових і логарифмічних функцій;  **знаходить** похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій і **застосовує** їх до дослідження цих класів функцій;  **застосовує** показникову та логарифмічну функції до розв’язування прикладних задачах. |
| 30  (30) | **Тема 9. РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ**  Методи розв’язування рівнянь з однією змінною (рівносильні перетворення, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо).  Методи розв’язування нерівностей з однією змінною (рівносильні перетворення, метод інтервалів, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо).  Системи рівнянь та методи їх розв’язування (рівносильні перетворення та використання рівнянь-наслідків, заміна змінної, застосування властивостей функцій тощо). | Учень (учениця):  **розрізняє** види рівнянь та їх систем, нерівностей та їх систем, методи розв’язування рівнянь і нерівностей та їх систем;  **обґрунтовує** рівносильність виконаних перетворень;  **застосовує** загальні методи та прийоми до розв’язування рівнянь, нерівностей та їх систем;  **розв’язує** рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей з параметрами;  за описами реальних ситуацій;  **розв’язує** задачі, моделями яких є відомі рівняння або системи рівнянь. |

3.4. Для класів з поглибленим вивченням математики

**10 клас**

(*210 год, 6 год на тиждень)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К-сть**  **годин** | **Зміст навчального матеріалу** | **Навчальні досягнення учнів** |
| 18 | **Тема 1. ПОВТОРЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ 3 КУРСУ АЛГЕБРИ 8-9 КЛАСІВ**  *Функції та їх графіки. Властивості функцій.*  *Побудова графіків функцій, рівнянь та нерівностей з двома змінними на площині.* | Учень (учениця):  **встановлює** за графіком функції її основні властивості; **виконує** перетворення графіків функцій;  **розв’язує** нерівності за допомогою методу інтервалів; рівняння і нерівності, які містять знак модуля і параметри; **будує** графіки рівнянь та нерівностей з двома змінними. |
| 24 | **Тема 2. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ**  Функція та її графік.  Степенева функція, її властивості та графік.  *Оборотні функції. Взаємно обернені функції.* | Учень (учениця):  **зображує** графік степеневої функції;  **застосовує** властивості функцій до розв’язування ірраціональних рівнянь і нерівностей. |
| 42 | **Тема 3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ**  Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. | Учень (учениця):  **формулює** властивості періодичних функцій;  **будує** графіки періодичних функцій;  **ілюструє** властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків. |
| **42** | **Тема 4. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ**  Обернені тригонометричні функції:  *Побудова графічних образів.* | Учень (учениця):  **формулює** означення обернених тригонометричних функцій; будує графічні образи, пов’язані з періодичними функціями. |
| **18** | **Тема 6. ГРАНИЦЯ ТА НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ**  Границя функції в точці. *Основні теореми про границі функцій в точці.*  Неперервність функції в точці та на проміжку. *Властивості неперервних функцій. Точки розриву функції.*  *Поняття границі функції на нескінченності та нескінченно велика функція в точці.*  *Вертикальні та горизонтальні асимптоти графіка функції.* | Учень (учениця):  **формулює** означення границі функції в точці; неперервності функції; **формулює** основні властивості границь та **використовує** їх для знаходження границь заданих функцій;  **знаходить** вертикальні та горизонтальні асимптоти графіків функції; **застосовує** властивості неперервних функцій до розв’язування задач. |
| 42 | **Тема 7. ПОХІДНА ТА її ЗАСТОСУВАННЯ**  Рівняння дотичної до графіка функції.  Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції. Екстремуми функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.  *Похідні вищих порядків. Поняття опуклості функції та точки перегину. Знаходження проміжків опуклості фу нкції та точок їі перегину.*  Застосування першої *та другої*похідних до дослідження функцій та побудови їх графіків. *Асимптоти графіка функції.*  *[Нерівність Йєнсена та її застосування.]* | Учень (учениця):  **знаходить** кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції; **знаходить** похідні функцій;  **застосовує** похідну до знаходження проміжків монотонності та екстремумів функції;  **знаходить** найбільше і найменше значення функції на проміжку;  **застосовує** результати дослідження функції за допомогою похідної до розв’язування рівнянь і нерівностей та доведення тотожностей і нерівностей;  **описує** поняття опуклості функції та точок перегину;  **застосовує** другу похідну до знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегину;  **досліджує** функції за допомогою першої та другої похідних і використовує одержані результати для побудови графіків функцій. |

**11 клас**

*(210 год, 6 год на тиждень)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К-сть**  **годин** | **Зміст навчального матеріалу** | **Навчальні досягнення учнів** |
| 36 | **Тема 8. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ**  Степінь із дійсним показником. Показникова функція.  Логарифмічна функція. | Учень (учениця):  **формулює** означення показникової і логарифмічної функцій та їх властивості;  **будує** графіки показникових і логарифмічних функцій; **знаходить** похідні показникових, логарифмічних, степеневих функцій і **застосовує** їх до дослідження цих класів функцій. |

**4. Опорні конспекти 7-11 класи**

**7-й клас**

Функція

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Приклади функціональних залежностей** *(залежність двох змінних)* | Периметр квадрата (Р) та довжина сторони квадрата (а). | Р=4а  а |
| Об’єм кубу та його ребра | Результат пошуку зображень за запитом "куб"V=a3  а |
| Площа квадрата (S) та довжина сторони квадрата (а) | S=a2  а |
| Вартість цукерок (грн.) та маси (кг) | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Маса, кг | 1 | 2 | 3 | 4 | | Вартість, *грн* | 135,7 | 271,4 | 407,1 | 542,8 | |
| Температура повітря від часу доби | Пов’язане зображення |
| Відстань від часу | S = 5 + 4t  http://subject.com.ua/gdz/mathematics/7klas_4/7klas_4.files/image395.jpg |
| **Незалежна змінна** | Аргумент | Сторона квадрата, ребро куба, маса цукерок, час |
| **Залежна змінна** | Функція | Периметр квадрату, площа квадрата, об’єм кубу, вартість цукерок, відстань |
| **Функція** | **Правило,** за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної можна знайти **єдине** значення залежної змінної. | у=f(x)  у=h(x)  s=g(x)  z=f(φ)  **у=f(φ)** |
| **Область визначення функції** | Усі можливі значення аргументу | D |
| **Область значень функції** | Відповідні значення залежної змінної | E |
| **Способи задання функції** | Аналітичний (формула) | V=a3 |
| Описовий | Із Харкова і Львова назустріч один одному вийшли одночасно два поїзди. Швидкість одного поїзда 50 км/год, а другого — *х* км/год. Вони зустрілися через 9,4 години. Знайти довжину залізниці, по якій рухались поїзди. |
| Табличний | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| Графічний | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| **Графік функції** | Графіком функції у-f(x) називається зображення на координатній площині всіх точок, абсциси яких є значеннями аргументу, а ординати – відповідними значеннями даної функції. | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| **УВАГА!!!**  **Не функції** | **Правило,** за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної можна знайти **більше одного** значення залежної змінної. | http://www.metod-kopilka.ru/images/doc/2/1783/img1.jpg http://player.myshared.ru/5/366882/slides/slide_7.jpg  Результат пошуку зображень за запитом "вертикальная прямая" |

Лінійна функція

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Функція, яку можна задати формулою **у=kx+b**, де х – аргумент, k і b – деякі числа, називається **лінійною**. | | | | |
| **Графіком** лінійної функції є **пряма**. Для побудови прямої достатньо дві точки. | | | | |
| **Умова** | **Графік** | **Область визначення**  **D** | **Область значень**  **E** | **Зростання, спадання** |
| k > 0 і b > 0 | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" | Будь-які числа | Будь-які числа | Зростає для будь-яких х |
| k > 0 і b < 0 | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" |
| k > 0 і b = 0  *(пряма пропорційність)* | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" |
| k < 0 і b > 0 | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" | Спадає для будь-яких х |
| k < 0 і b < 0 | Безымянный |
| k < 0 і b = 0  *(пряма пропорційність)* | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" |
| k = 0 і b > 0 | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" | Е = b | Стала для будь-яких х |
| k = 0 і b < 0 | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" |
| k = 0 і b = 0 | Результат пошуку зображень за запитом "лінійна функція" | Е = 0 |

Графічне розв’язування систем лінійних рівнянь з двома змінними

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | |
| **Алгоритм розв’язування** | | | | |
|  | Виразити в обох рівняннях у через х | | | |
|  | Побудувати в одній системі координат графік кожної функції. | | | |
|  | Записати координати точок перетину, якщо вони є. | | | |
| **Вигляд** | | Системи двох лінійних рівнянь із двома змінними та графічний спосіб розв | Системи двох лінійних рівнянь із двома змінними та графічний спосіб розв | Системи двох лінійних рівнянь із двома змінними та графічний спосіб розв |
| **Розташування** | | Співпадають | Паралельні | Перетинаються |
| Аналітична відповідь на питання  *«Скільки розвязків має система лінійних рівнянь з двома змінними?»* | | | | |
| **Умова** | |  |  |  |

**8 клас**

Функція

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Функцію, яку можна задати формулою , де х – аргумент, k – деяке число  (k ≠ 0), називається **оберненою пропорційністю**. | | | | | | | |
| **Графіком** функції оберненої пропорційності **є гіпербола** | | | | | | | |
| **Нуль функції** - значення аргументу, при якому значення функції дорівнює нулю *(абсциси точок перетину графіка функції з віссю ОХ)* | | | | | | | |
| **Умова** | **Графік** | **Область визначення**  **D(у)** | **Область значень**  **E(у)** | **Зростання, спадання** | **Нулі функції** | **Точки перетину з віссю ОУ** | **Додатні та від’ємні значення функції** |
| k > 0 | **03-gip-y-kx_k_0** | Будь-які числа, крім 0 (х≠0) | Будь-які числа, крім 0 (у≠0) | Спадає | Не існує | Не існує | Додатні значення функції, якщо х>0 і від’ємні значення, якщо х<0 |
| k < 0 | **03-gip-y-kx_k_0** | Зростає | Додатні значення функції, якщо х<0 і від’ємні значення, якщо х>0 |

Функція *у = х2*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Графіком** функції *у = х2* **є парабола** | | | | | | |
| Точка (0;0) **– вершина** параболи | | | | | | |
| **Нуль функції** - значення аргументу, при якому значення функції дорівнює нулю *(абсциси точок перетину графіка функції з віссю ОХ)* | | | | | | |
| **Графік** | **Область визначення**  **D(у)** | **Область значень**  **E(у)** | **Зростання, спадання** | **Нулі функції** | **Точки перетину з віссю ОУ** | **Додатні та від’ємні значення функції** |
| Результат пошуку зображень за запитом "парабола"  Якщо точка А (; ) належить параболі у = , то точка В (-; ) також належить цій параболі *(графік симетричний відносно осі ОУ)*. | Будь-які числа | Будь-які невід’ємні числа (у≥0) | Спадає, якщо х<0; зростає якщо х>0 | х = 0 | (0;0) | Додатні значення функції, для будь-яких х |

Функція

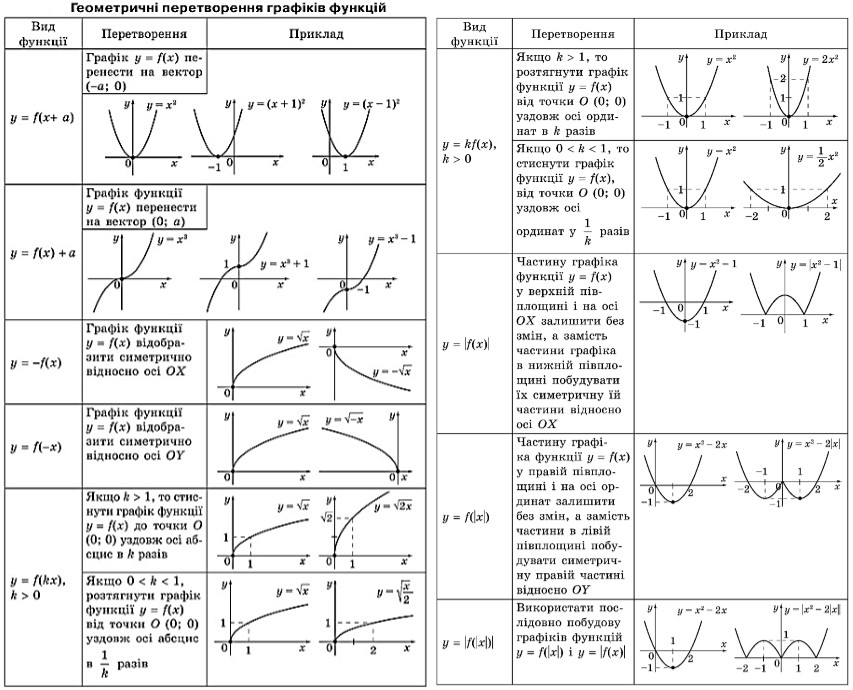
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Графіком** функції  **є вітка параболи** | | | | | | |
| **Графік** | **Область визначення**  **D(у)** | **Область значень**  **E(у)** | **Зростання, спадання** | **Нулі функції** | **Точки перетину з віссю ОУ** | **Додатні та від’ємні значення функції** |
| Результат пошуку зображень за запитом "вітка парабола" | Будь-які невід’ємні числа (х≥0) | Будь-які невід’ємні числа (у≥0) | Зростає на всій області визначення | х = 0 | (0;0) | Додатні значення функції, для будь-яких х>0 |

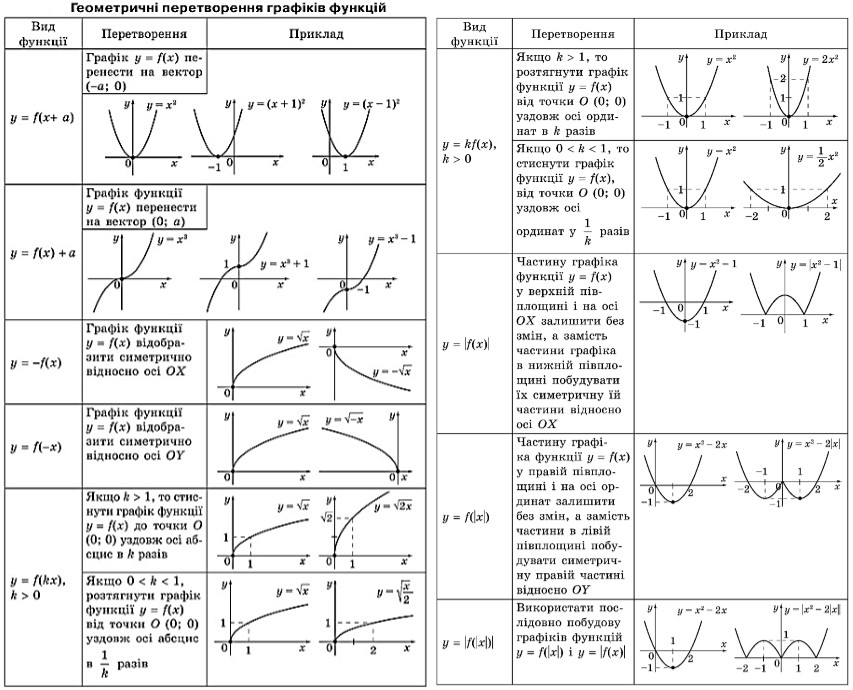
**9-й клас**

Функція

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Функція** | **Правило,** за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної (х) можна знайти **єдине** значення залежної змінної (у). | у=f(x) |
| **Незалежна змінна** | Аргумент | х |
| **Залежна змінна** | Функція | у |
| **Область визначення функції** | Множина всіх значень, яких набуває аргумент | D(у) або D(f) |
| **Область значень функції** | Множина всіх значень, яких набуває залежна змінна | E(у) або Е(f) |
| **Способи задання функції** | Аналітичний (*формула*) |  |
| Описовий | Із Харкова і Львова назустріч один одному вийшли одночасно два поїзди. Швидкість одного поїзда 50 км/год, а другого —х км/год. Вони зустрілися через 9,4 години. Знайти довжину залізниці, по якій рухались поїзди. |
| Табличний | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| Графічний | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| **Графік функції** | Графіком функції у-f(x) називається зображення на координатній площині всіх точок, абсциси яких є значеннями аргументу, а ординати – відповідними значеннями даної функції. | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| **УВАГА!!!**  **Не функції** | **Правило,** за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної можна знайти **більше одного** значення залежної змінної. | http://www.metod-kopilka.ru/images/doc/2/1783/img1.jpg  http://player.myshared.ru/5/366882/slides/slide_7.jpg  Результат пошуку зображень за запитом "вертикальная прямая" |
| **Нуль функції** | Значення аргументу, при якому значення функції дорівнює нулю (*абсциси точок перетину графіка функції з віссю ОХ)* | |
| **Проміжок знакосталості** | Кожний проміжок, на якому функція набуває значень однакового знака *(додатні значення функції, якщо графік розташовано над віссю ОХ; від’ємні значення функції, якщо графік розташовано під віссю ОХ)* | |
| **Зростаюча на деякому проміжку** | Якщо для будь-яких значень аргументу з цього проміжку більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції. | |
| **Спадна на деякому проміжку** | Якщо для будь-яких значень аргументу з цього проміжку більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції. | |

Перетворення графіків функцій





Перетворення графіків функції у = f(x)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№**  **з/п** | **Формула залежності** | **Приклад** | **Перетворення** |
| 1 | у = - f(x) | ф_1 | Симетрія відносно осі ОХ |
| 2 | у = f(-x) | 38 | Симетрія відносно осі ОУ |
| 3 |  | 40 | Вище від осі ОХ і на самій осі - без зміни;  нижче від осі ОХ – симетрія відносно осі ОХ |
| 4 |  | ф_4 | Праворуч від осі ОУ і на самій осі - без зміни і ця ж сама частина – симетрія відносно осі ОУ |
| 5 |  | 37 | Вище від осі ОХ і на самій осі – без зміни і ця ж сама частина – симетрія відносно осі ОХ |
| 6 | у = f(x-a) | Ф_6 | Паралельне перенесення вздовж осі ОХ на a одиниць праворуч або ліворуч |
| 7 | у = f(x)+c | 21 | Паралельне перенесення вздовж осі ОУ на с одиниць вгору або вниз |
| 8 | у = kf(x)  (k>0) | 20 | Той самий вигляд, що й графіка y = f(x), тільки розтягнуто або стиснено вздовж осі OУ (при k>1 розтягнуто, при 0 <k< 1 стиснено) |

Квадратична функція

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Квадратичною** називають **функцію,** яку можна задати формулою **у=а*х*2+b*x*+c,** де х – незалежна змінна, a, b і с – деякі числа, причому а ≠ 0 | | | | | |
| **Графіком** квадратичної функції **є парабола** | | | | | |
| Координати **вершини** параболи:  ;  , де D=b2 – 4ac. | | | | | |
| **Графік** | **Область визначення**  **D(у)** | **Область значень**  **E(у)** | **Зростання, спадання** | **Нулі функції** | **Проміжки знакосталості** |
| http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/5072/mod_book/chapter/750/l159.jpg | R | http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/5072/mod_book/chapter/750/l159.jpg | http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/5072/mod_book/chapter/750/l159.jpg | х1 та х2 | у>0, якщо  х є (-∞; х1) (х2; +∞);  у<0, якщо х є (х1 ; х2) |
| х = х0 | у>0, якщо  х є (-∞; х0) (х0; +∞);  у<0, не існує |
| Не існує | у>0, якщо х є (-∞; +∞);  у<0, не існує |
| х1 та х2 | у>0, якщо х є (х1 ; х2)  у<0, якщо  х є (-∞; х1) (х2; +∞) |
| х = х0 | у>0, не існує;  у<0, якщо  х є (-∞; х1) (х2; +∞) |
| Не існує | у>0, не існує;  у<0, якщо х є (-∞; +∞) |

**10-й клас**

Функція

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Функція** | **Правило,** за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної (х) можна знайти **єдине** значення залежної змінної (у). | у=f(x) |
| **Незалежна змінна** | Аргумент | х |
| **Залежна змінна** | Функція | у |
| **Область визначення функції** | Множина всіх значень, яких набуває аргумент | D(у) або D(f) |
| **Область значень функції** | Множина всіх значень, яких набуває залежна змінна | E(у) або Е(f) |
| **Способи задання функції** | Аналітичний (*формула*) |  |
| Описовий | Із Харкова і Львова назустріч один одному вийшли одночасно два поїзди. Швидкість одного поїзда 50 км/год, а другого — х км/год. Вони зустрілися через 9,4 години. Знайти довжину залізниці, по якій рухались поїзди. |
| Табличний | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| Графічний | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| **Графік функції** | Графіком функції у-f(x) називається зображення на координатній площині всіх точок, абсциси яких є значеннями аргументу, а ординати – відповідними значеннями даної функції. | Результат пошуку зображень за запитом "способи задання функція" |
| **УВАГА!!!**  **Не функції** | **Правило,** за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної можна знайти **більше одного** значення залежної змінної. | http://www.metod-kopilka.ru/images/doc/2/1783/img1.jpg  http://player.myshared.ru/5/366882/slides/slide_7.jpg  Результат пошуку зображень за запитом "вертикальная прямая" |
| **Нуль функції** | Значення аргументу, при якому значення функції дорівнює нулю (*абсциси точок перетину графіка функції з віссю ОХ)* | |
| **Проміжок знакосталості** | Кожний проміжок, на якому функція набуває значень однакового знака *(додатні значення функції, якщо графік розташовано над віссю ОХ; від’ємні значення функції, якщо графік розташовано під віссю ОХ)* | |
| **Зростаюча на деякому проміжку** | Якщо для будь-яких значень аргументу з цього проміжку більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції. | |
| **Спадна на деякому проміжку** | Якщо для будь-яких значень аргументу з цього проміжку більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції. | |
| **Парність** | Якщо для будь-якого *х* з області визначення *(графік симетричний відносно осі ОУ)* | |
| **Непарність** | Якщо для будь-якого *х* з області визначення *(графік симетричний відносно початку відліку)* | |

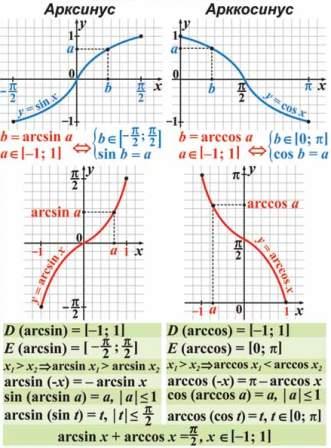
Степенева функція

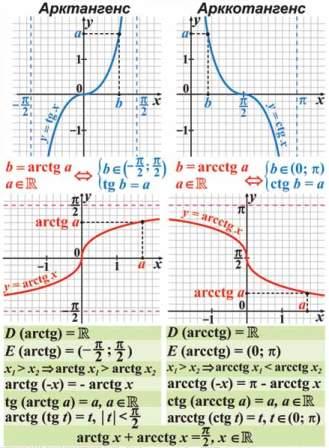
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Степеневою** називають **функцію,** яку можна задати формулою | | | | | | | |
| ***p*** | **Графік** | **Область визначення**  **D(у)** | **Область значень**  **E(у)** | **Нулі функції** | **Парність, непарність** | **Зростання (спадання)** | **Проміжки знакосталості** |
| ***р=0*** |  | *R* | *R* | не існує | парна | стала | у>0, якщо  х є (-∞; +∞);  у<0, не існує |
| ***р=1*** |  | *R* | *R* | х = 0 | непарна | зростає | у>0, якщо  х є (0; +∞);  у<0, якщо  х є (-∞; 0) |
| ***p=2k,***  ***k**N*** |  | *R* | [0; +) | х = 0 | парна | спадає,  якщо  *х* є (-; 0], зростає,  якщо  *х* є [0; +) | у>0, якщо  х є (-∞; 0) ∪ (0; +∞);  у<0, не існує |
| ***p=*2*k+*1**  ***k**N*** |  | *R* | *R* | х = 0 | непарна | зростає | у>0, якщо  х є (0; +∞);  у<0, якщо  х є (-∞; 0) |
| ***p=-(2k),***  ***k**N*** |  | *x ≠ 0* | (0; *+*) | не існує | парна | зростає,  якщо  *х* є (-;0); спадає,  якщо  *х* є (0; +) | у>0, якщо  х є (-∞; 0) ∪ (0; +∞);  у<0, не існує |
| ***p=-(2k-1)***  ***kN*** |  | *x* ≠ 0 | *y* ≠ 0 | не існує | непарна | спадає | у>0, якщо  х є (0; +∞);  у<0, якщо  х є (-∞; 0) |
| **0*<р<*1** |  | [0;+) | [0;+) | х = 0 | ні парна,  ні непарна | зростає | у>0, якщо  х є (0; +∞);  у<0, не існує |
| **р>1*,***  ***p* – не ціле** |  | [0;+) | [0;+) | х = 0 | ні парна,  ні непарна | зростає | у>0, якщо  х є (0; +∞);  у<0, не існує |
| ***р<0,***  ***р –* не ціле** |  | (0;+) | (0;+) | не існує | ні парна,  ні непарна | спадає | у>0, якщо  х є (0; +∞);  у<0, не існує |

Тригонометричні функції

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Графік** | http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/6374/mod_book/chapter/805/l230.jpg | http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/6374/mod_book/chapter/805/l230.jpg | http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/6374/mod_book/chapter/805/l230.jpg | http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/6374/mod_book/chapter/805/l230.jpg |
| **Назва графіка** | Синусоїда | Косинусоїда | Тангенсоїда | Котангенсоїда |
| http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/6374/mod_book/chapter/805/l231.jpg | | | | | |

Обернені тригонометричні функції





**5. Загальна схема дослідження функції**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ з/п** | **Теорія** | **Практика** |
| *y=f(x)* | http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_013.gif |
|  | Знайти область визначення функції, тобто множину всіх точок для яких існує значення функції | Функція визначена всюди, крім точки, в якій знаменник перетворюється в нуль *x=1*. Область визначення складається з двох інтервалів http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_014.gif |
|  | Знайти (якщо вони існують) точки перетину графіка з координатними осями. Для цього потрібно у рівняння *y=f(x)* підставити *x=0*, а також розв'язати рівняння *f(x)=0* для відшукання точок перетину з віссю абсцис *Ox* | При підстановці *x=0* знайдемо значення функції http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_016.gif Таку ж саму точку отримаємо, якщо прирівняємо функцію до нуля. Точка *x=0*- єдина точка перетину з осями координат. |
|  | Дослідити функцію на періодичність, парність і непарність. У деяких випадках це можна зробити візуально за самим виглядом функції, якщо ні – то проводимо перевірку:  1. *f(-x)=f(x)* – функція парна (*графік симетричний відносно осі ординат ОУ)*;  2. *f(-x)=-f(x)* – функція непарна (*графік симетричний відносно початку координат*);  3. *f(x+T)=f(x)* – функція періодична, *T*– період функції (*періодичними є переважно функції, складені з простих тригонометричних та деякі параметрично задані функції*). | Перевірка на парність:  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_017.gif  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_018.gif  Отже, **функція ні парна, ні непарна, неперіодична.** |
|  | Знайти точки розриву та дослідити їх (такими точками є краї інтервалів визначення функції) | У даному випадку маємо одну точку розриву *x=1*. Обчислимо границі зліва і справа:  точки розриву  точки розриву  Отже, ***x=1* – точка розриву другого роду** |
|  | Знайти інтервали монотонності, точки екстремумів та значення функції в цих точках | Для відшукання інтервалів монотонності обчислюємо похідну функції:  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_023.gif  Прирівнюючи її до нуля, матимемо критичні точки *x=0; x=2*. Вони розбивають область визначення на інтервали монотонності http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_025.gif  Дослідимо поведінку похідної справа та зліва від знайдених точок:  знак похідої  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_027.gif  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_028.gif  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_029.gif  Графічно інтервали монотонності матимуть вигляд  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_1.gif  Досліджувана функція зростає на інтервалах http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_030.gif та спадає http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_031.gif.  **Точка *x= 0*– точка локального максимуму, *x=2* – локального мінімуму.** Знайдемо значення функції http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_034.gif |
|  | Знайти інтервали опуклості, вгнутості та точки перегину | Для відшукання інтервалів опуклості знайдемо другу похіднудруга похідна  Таких інтервалів немає, оскільки друга похідна не приймає нульових значень |
|  | Знайти асимптоти кривої | Точка ***x=1* – вертикальна асимптота функції**. Рівняння похилої асимптоти має вигляд **y=kx+b** де *k, b* – границі, що знаходять за правилом  http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_039.gifhttp://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_040.gifЗнаходимо границі:похила асимптота  похила асимптотаhttp://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_043.gif  Кінцевий вигляд прямої: http://yukhym.com/images/stories/Func/Func8_044.gif |
|  | Побудувати графік функції | Безымянный |

**11-й клас**

Показникова функція

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Показниковою** називають **функцію,** яку можна задати формулою  *у = ах, а > 0, а ≠ 1* | | | | | | | |
| ***а*** | **Графік** | **Область визначення**  **D(у)** | **Область значень**  **E(у)** | **Нулі функції** | **Парність, непарність** | **Зростання (спадання)** | **Проміжки знакосталості** |
| *0 <а< 1* | http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image158.jpg | *R* | (0; +∞) | не існує | ні парна,  ні непарна | спадає | у>0, якщо  х є (-∞; +∞);  у<0, не існує |
| *а > 1* | http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image157.jpg | зростає |

Логарифмічна функція

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Логарифмічною** називають **функцію,** яку можна задати формулою  *, х> 0, а > 0, а ≠ 1* | | | | | | | |
| ***а*** | **Графік** | **Область визначення**  **D(у)** | **Область значень**  **E(у)** | **Нулі функції** | **Парність, непарність** | **Зростання (спадання)** | **Проміжки знакосталості** |
| *0 <а< 1* |  | (0; +∞) | *R* | (1;0) | ні парна,  ні непарна | спадає | у>0, якщо  х є (0;1);  у<0, якщо  х є (1; +∞) |
| *а > 1* |  | зростає | у>0, якщо  х є (1; +∞);  у<0, якщо  х є (0;1) |

**6. Типові завдання до тем**

**7 клас**

Типові завдання до теми «Функція»

1. Заповніть пропуски в означенні функції.

**Правило,** за допомогою якого за кожним значенням ………….……змінної можна знайти єдине значення ………………… змінної.

1. Автомобіль рухається зі швидкістю 65 км ∕ год. Як залежить довжина пройденого ним шляху *s* від часу руху *t* ? Задайте цю залежність формулою.
2. Прочитайте запис, укажіть аргумент функції та залежну змінну:

*s(t) = 25t;*

*y(x) = 3x + 1;*

1. Функцію задано формулою *у = 0,3х + 5*. Знайдіть значення функції, якщо значення аргументу дорівнюють 8; 3; – 6; 0,4.
2. Побудуйте графік функції *у = -3х + 5* . Користуючись графіком, знайдіть:

а) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює 4;

б) значення аргументу, при якому значення функції дорівнює -4.

1. Функцію задано формулою f(x) = 3 – 4x. Чи є правильними рівності:

f(– 2) = – 5;

f(0) = 3;

f(– 1) = 7?

1. Функцію задано формулою *у = 0,4х – 2.* Заповніть таблицю відповідних значень *х* та *у* :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *х* | 2 |  | 5 |  | -6 |
| *у* |  | -1,6 |  | -3,2 |  |

1. Чи належить графіку функції *у = х2 + 2* точки:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *А* (0; 2); | б) *В* (-1; 1); | в) *С* (-3; -7), | г) *К* (-2; 6). |

1. Назвіть координати кількох точок, які належать графіку функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = 5х – 3;* | б) *у = х2 + 3;* | в) *у = 7 – ׀х׀*; | г) *у = 4 – 2х.* |

10. Не виконуючи побудов, знайдіть координати точок перетину з осями координат графіка функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = 1,7х – 3,4;* | б) *у = -2,5х + 1*; | в) *у = 0,5 – 2х;* | г*) у = 6 – 2х.* |

Типові завдання до теми «Лінійна функція»

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *х* | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *у* |  |  |  |  |  |  |  |

1. Яка з наведених функцій є лінійною?
2. Лінійну функцію задано формулою у = 5х – 3. Заповніть таблицю:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у =* ; | б) *у = 3х2+1*; | в ) *у = +3*; | г ) *у = .* |

1. Функцію задано формулою у = 0,3х + 5 . Знайдіть:

а) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює 2; 4; – 5, 0;

б) значення аргументу, при якому значення функції дорівнює 5; 8; 2, – 1.

1. Побудуйте графік функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = х – 3*; | б) *у = -3х + 1*; | в) *у = 0,6х - 2;* | г*) у = 3 – 2х.* |
|  |  |  |  |

1. Не виконуючи побудови, визначте, чи належить графіку функції у = 8х – 14 точка:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а*) А* (-1; -6); | б) *В* (2; 2); | в) *С* (-1; -22); | г) *Д* (0; 14). |

1. В одній системі координат побудуйте графіки функцій і вкажіть координати точки їх перетину:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = 3х – 1 і*  *у = -х -1*; | б) *у = х – 5 і*  *у = 5 – х,* | в) *у = 2х + 1і*  *у = 1 – 2х* | г*) у = -3х + 2 і*  *у = х – 6.* |

7. Знайдіть координати точок перетину з осями координат графіка функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = 1,5х + 6*; | б) *у = 5х – 4,* | в*) у = -3х + 1;* | г*) у = 6 – 2х.* |
|  |  |  |  |

8. Використовуючи графік функції *у = 5х - 10* знайдіть нулі функції та значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень.



**8 клас**

Типові завдання до теми «Функція у = та її графік »

1. Визначте, у яких чвертях розташований графік функції *у= ,* якщо

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *k* =1; | б) *k* = *–* 12; | в) *k* =*–* 5; | г*) k* =12? |

1. Побудуйте графік функції *у=*  . За допомогою графіка визначте значення y, при x=1 та значення x, якщо y=−1.
2. Чи належить графіку функції *y*= точка B(9;−8)?
3. Обернену пропорційність задано формулою *у=* . Заповніть таблицю:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *х* | *–* 80 |  |  | 1 |  |  | 160 |  |
| *у* |  | *–* 40 | *–* 5 |  | 20 | 16 |  | 0,1 |

1. Не будуючи графік функції у=знайдіть , через які з точок він проходить:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) А(4; 32); | б) В(-8; 16); | в) С(*–* 2; *–* 64); | г) D(0; *–* 128). |

1. Графік оберненої пропорційності проходить через точку А(*–* 4; 12). Задайте цю функцію формулою.
2. Знайдіть область значень функції заданої формулою *у=* , якщо .
3. Розв’яжіть графічно рівняння:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) = 2; | б) 2*х* =; | в) 4-*х* = *–*  . |

1. Побудуйте графіки функцій:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *y*=; | б) *y*= *– .* |

Типові завдання до теми «Функція у = х2 та її графік»

1. Функцію задано формулою *у = х2*. Знайдіть:

а) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює: *–* 4; 0,8; *–* 1,2; 2;

б) значення аргументу, якщо значення функції дорівнює 47; 0; 2500, 64.

2. Чи належать графіку функції *у = х2* точки:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *А*(5; 25); | б) *В*(*–* 5; 25); | в) *С*(5; *–* 25); | г) *D*(1,2; 14,4). |

3. Не виконуючи побудови графіка функції *у = х2,* визначте, чи проходить цей графік через точку:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *А*(*–* 8; 64); | б) *В*(*–* 5; *–* 25); | в) *С*(0,4; 1, 6); | г) *D*(1,3; 16,9). |

4. Знайдіть координати точок перетину графіків функцій *у* = і *у = – 2х – 1*. Побудуйте графіки даних функцій і позначте знайдені точки.

5. Побудуйте графік функції *у = х2* для: *–* 3 ≤ х ≤ 3.

6. Розв’яжіть графічно рівняння:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *х2 = -4х – 3;* | б) *х2 – 2х + 3 = 0;* | в*) х2 = х + 1;* | г*) х2 = х - 2.* |

7. Установіть графічно кількість розв’язки системи рівнянь:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) ; | г) . |

Типові завдання до теми «Функція у = та її графік»

1. Функцію задано формулою *у = .* Знайдіть:

а) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює: 0,64; 16; 900; 1,44;

б) значення аргументу, якщо значення функції дорівнює: 6; 0,2; 40; 11.

1. Чи перетинає графік функції *у =* пряма:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *х* = 4; | б) *у* =*–* 2; | в) *у = х + 2*; | г) *у = -х + 2*. |

Якщо перетинає, то вкажіть координати точки перетину.

1. За допомогою графіка функції *у =*  порівняйте:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| і | б) і | в) і | г) і . |

1. Через яку з даних точок проходить графік функції у = :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *М*(9; 3); | б) *Т*(25; *–* 5); | в) *К*(3,6; 0,6), | г) *Р*(4; 2). |

1. Розв’яжіть графічно рівняння:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ; | б) = 9; | в)  *= 1 – х* | г) = 5 |

1. Розв’яжіть графічно систему рівнянь:
2. Запишіть у порядку зростання числа: ; 6,1; 6;
3. Між якими двома послідовними цілими числами розташоване на координатній прямій число:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) ; | г) . |

**9 клас**

Типові завдання до теми «Квадратична функція»

1. Серед даних функцій виберіть квадратичну:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) ; | г) . |

2. При яких значеннях і графік функції проходить через точки і ?

3. Використовуючи шаблон параболи , побудуйте графік функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) ; | г) *.* |

4. Побудуйте графік функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) *у = х2 + 2х – 3*; | г) *у = -х2 – 4х - 3.* |

5. Побудуйте графік функції . Користуючись графіком, знайдіть:

1)

2) значення , при яких

3) найбільше і найменше значення функції;

4) область значень функції;

5) проміжок зростання і спадання функції;

6) множину розв’язків нерівності

6.Знайдіть нулі функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ; | б) *у = х2 – 5х + 4*; | в*) у = х2 + 4х – 5*; | г) *у = х2 + 3х – 4.* |

7.Знайти найменше значення функції на проміжку:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) ; | г) . |

8. Знайдіть координати вершини параболи:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = 2х2 – 6х + 3*; | б) *у = х2 – 2х + 2;* | в) *у = 2х2 – 4х + 3*; | г) *у = -2х2 + 8х.* |

**10 клас**

Типові завдання до теми «Функція»

1. Знайдіть значення функції*f(x)* =  у точках 1; *–* 1; 5.

2. Знайдіть значення аргументу,при якому значення функції *f(x) = * дорівнює – 9.

3. Знайдіть область визначення функцій:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = х2 + х3*; | б) ; | в) ; | г) . |

4. Знайдіть область значень функцій:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *f(x) = х2 - 6х* | б) *f(x) = 4 –* . |

5. Користуючись графіками функцій, зображеними на рисунку, вкажіть:

а) нулі функцій;

б) проміжки зростання і спадання функцій;

в) проміжки знакосталості функцій.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Рис. 1

6. Користуючись графіком, зображеним на рисунку 1 б), знайдіть найбільше і найменше значення функції на проміжку [*–* 3;2].

7. Не виконуючи побудови, знайдіть точки перетину графіків функцій ; *у* = *х2 – 4х +* 3 з осями координат.

8. Які із функцій, графіки яких показано на рисунку 2, є парними, а які непарними?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

Рис. 2

9. Які із поданих функцій

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) *у* = *х*3 + *2х7;* | б) *у* = *;* | в) *у =* ; | г) *у = 3x2 + х6*; | д) *у = х +*1; | є) *у* =  +1 |

є парними, а які – непарними?

10. Побудуйте графіки функцій:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| а) *у* = 3 – *х*; | б) ; | в) *у=* *x*2 – 5|*x*| + 4; | г) *у = х2 - 2;* | д) *у* = |*х* – 2| – 1. |

11. Запишіть рівняння функції, оберненої до даної:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = х - 3*; | б) *у =* ; | в) *у* = ; | г) *у* = *x*2, де *х*  [0; +∞). |

Типові завдання до теми «Степенева функція»

1. Степеневою є функція:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| a) | б) | в) | г) | д) |

2. Серед наведених графіків укажіть графік функції

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | б) | в) | г) | д) |

3. Накреслити ескіз графіка функції і записати її властивості:

4. Дано функції:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) |  |  |

Знайти:

а) область визначення функції;

б) область значення функції;

в) проміжки зростання функції;

г) проміжки спадання;

д) побудувати графік.

5. Побудуйте і порівняйте графіки функцій: і

6. Чи знайдеться таке натуральне значення *k*, при якому графік функції проходить через точку B ().

7. Розв’язати графічно рівняння

Типові завдання до теми «Тригонометричні функції»

1. Виразити у радіанній мірі величини кутів:

а) 225°; б) *–* 240°; в) 36°; г) – 22,5°.

2. Виразити у градусній мірі величини кутів: а) 5π; б) *–* ; в) ; г) *–* .

3. Користуючись означенням синуса і косинуса, за допомогою одиничного кола вкажіть знаки sin α і cos α, якщо:

а) α = ; б) α = *–* ; в) α = ; г) α = *–* .

4. Користуючись лініями тангенсів і котангенсів на одиничному колі, укажіть знаки tg α і ctg α, якщо: а) α = ; б) α = *–* ; в) α = ; г) α = *–* .

5. Користуючись періодичністю, парністю і непарністю тригонометричних функцій, знайдіть: а) sin 750°; б) cos 1260°; в) tg 810°; г) ctg (*–* 405°).

6. Знайдіть найменший додатний період кожної з функцій:

а) *у = cos 3х;* б*) у = tg 5х;* в) *у = sin ;* г) *у = ctg .*

7. Чи можуть одночасно виконуватись рівності: а) sin α = ** і cos α = *;*

б) tg α = 5 і ctg α = 0,2; в) sin α = ** і cos α = *;* г) tg α = 2 + і ctg α = 2 -.

8. Обчислити значення тригонометричних функцій кута α, знаючи, що:

а*) cos α* = ** і 0 < α < ; б*) tg α* = 4 і 0 < α < ; в) *sin α* = *– * і π < α < ;

г*) ctg α* = - і  < α < 2 π;

9. Порівняйте числа, користуючись властивостями функцій:

*а) sin 100° і sin 130°;* *б) cos  і cos; в) tg 15° і tg 140°; г) ctg (-1) і ctg (-1,2).*

10. Побудуйте графіки функцій та вкажіть проміжки зростання та спадання:

а) *у = sin 3х;* б) *у =2 cos х - 1.;* в) *у = tg (х - );* г) *у = ctg х + 2.*

11. Обчислити, користуючись формулами зведення:

а) sin 120°; б) cos 225°; в) tg (-240°); г) ctg .

12. Спростити вираз:

а) *cos(α – β) + cos(α + β);* б) *sin (α –*) - *sin (α +*);

в) *cos 64*° *cos 34*° + *sin 64*° *sin 34*°; г) .

13. Виразити дані тригонометричні функції через функції аргументу, що вдвічі менший від даного: а) *cos α;* б) *tg ;* в) *sin 5α;* г) *cos 8α;*

14. Перетворити в добуток:

а) *cos 40*° + *cos 10*°; б) *sin 4α + sin 10α*; в) *tg 14° + tg 16°;*г) *cos 3α – cos 7α.*

Типові завдання до теми «Обернені тригонометричні функції»

1. Знайти:

а) arcsin **; arcsin (*– *); arcsin **;

б) arccos (*– * ); arccos **; arccos **;

в) arctg 1; arctg (*–* ); arctg **;

г) arcctg (*–* 1); arcctg; arcctg (*– *).

2. Знайти значення виразу: arcsin (*–* 1) + arccos 1 + arctg ** + arcctg (*–* ).

3. Обчислити:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) tg (arccos ); | б) cos (2arccos ); | в) cos (2 arctg 1); | г) ctg (arcsin). |

5. Обчислити:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) cos (arccos ); | б) sin (arcsin ); | в) tg (arctg 1); | г) cos (arccos). |

6. Обчислити:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) arcsin(sin ); | б) arccos (cos ); | в) arctg (tg 2); | г) arccos (cos 5). |

7. Розв’язати рівняння:

|  |  |
| --- | --- |
| а) arcsin *х* = *– ;* | б) arccos *(х + 3)* = ; |
| в) arctg *(2х – 1)* = ; | г) arcsin *(5х – 6)* = *.* |

Типові завдання до теми «Застосування похідної»

1. Знайти проміжки зростання і спадання функції:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *f(x) = х2 + 4х – 7;* | б) *f(x)у = -х3 + 9х2 + 21х;* |
| в) *f(x)у = х4 – 2х2 -3;* | г) *f(x) = х4 + 4х – 20.* |

2. Довести, що функція  *f(x) = 10х3 – 9х2 + 24х – 90* зростає на множині дійсних чисел.

3. Довести, що функція *f(x) = -2х3 + 2х2 - 10х +80* спадає на множині дійсних чисел.

4. Знайти критичні точки функції:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *f(x) = 2х3 + 2,5х2 – х;* | б) *f(x) = (х + 1)2(х – 3)2;* |
| в) *f(x) = х – 2sin х;* | г) *f(x) = 1 + cos 2х.* |

5. Знайти точки мінімуму і максимуму функції:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *f(x) = х2 – 6х;* | б) *f(x) = 12х – х3;* |
| в) *f(x) = х4 – 8х2 + 5;* | г) *f(x) = х + .* |

6. Знайти найбільше і найменше значення функції на вказаному відрізку:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *f(x) = 3х2 – х3, х є* ; | б*) f(x) = х4 – 2х2 +5, х є* ; |
| в) *f(x) = 2х3 – 9х2 – 3, х є* ; | г) *f(x) = , х є .* |

7. Дослідити функцію та побудувати її графік:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *f(x) = х3 + 3х + 2*; | б) *f(x) = 3х –* ; |
| в) *f(x) = х4 – 2х2 +1*; | г) *f(x) = (х – 1)2(х + 3)2.* |

**11 клас**

Типові завдання до теми «Показникова функція»

1. Чи є серед значень функції *у* = 2*х:*а) найбільше; б) найменше?

2. Порівняйте значення виразів:

а) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image023.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image027.png; б) 2-3 і 2-4; в) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image031.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image035.png.

3. Розташуйте числа http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image039.png; http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image043.png; http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image023.png; http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image047.png; http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image051.png у порядку зростання.

4. Порівняйте *х* і *у*, якщо відомо, що вірна нерівність: а) 2*х >* 2*у*;б) 2*х* < 2*у.*

5. Чи є серед всіх значень функції *у =* http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image055.png: а) найменше; б) найбільше?

6. Порівняйте значення виразів:

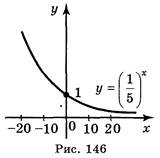
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image062.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image066.png; | б) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image070.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image074.png; | в) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image078.png іhttp://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image082.png | г) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image062.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image082.png. |

7. Розташуйте числа http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image062.png, http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image066.png, http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image139.png, http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image141.png у порядку зростання.

8. Порівняйте *х* і *у,* якщо відомо, що вірна нерівність:

а)http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image055.png>http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image144.png; б)http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image055.png>http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image144.png.

9. Чим відрізняються властивості і графіки функцій *у =*http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image055.pngі *у =* http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-01-pokaznikova-funktsiya.files/image146.png?

10. Користуючись графіком функції http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image084.png, порівняйте значення виразів:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image086.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image089.png; | б) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image093.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image089.png; | в) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image099.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image093.png; | г) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image086.png і http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image099.png. |

11. Знайдіть область визначення функцій:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *y* = 2*x*+ 6; | б) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image105.png; | в) *y* = 3*x*+ l; | г) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image109.png. |

12. Побудуйте схематично графік функцій:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) *y* = l,7*x*; | б) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image115.png*;* | в) *y* = 0,3*х*; | г) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image119.png*.* |

13. Порівняйте числа:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) 1,83 і 1; | б) 0,85 і 1; | в) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image131.png і 5-4; | г) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image135.png і **http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image139.png**. |

14. Порівняйте числа *х* і *у,* якщо відомо, що вірна нерівність:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image143.png < http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image147.png; | б) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image151.png < http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image155.png; | в) 3*х* < http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image159.png; | г) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image162.png<http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image166.png. |

15. Порівняйте основу *a* > 0 з одиницею, якщо відомо, що вірна нерівність:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *а*-2 > *а*2; | б) *а*π > *а*3; | в) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image170.png; | г) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image174.png. |

16. Знайдіть область визначення функцій:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image178.png; | б) *y =http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image182.png*; | в) *у* = http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image186.png; | г) *y =* 3*х+1.* |

17. Побудуйте графіки функцій:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) *y* =3*x* + l; | б) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image197.png; | в) *y* = π*х*- 2; | г) *y =* 3*х+1.* |

18. Знайдіть множину значень функцій:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у = -*3*х*; | б) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image209.png; | в) http://fizmat.7mile.net/algebra-11/04-02-pokaznikova-funktsiya-vlast.files/image213.png; | г) y = 5*х*– 3. |

19. Який висновок можна зробити відносно показника *х,* якщо:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) 5*х =* 10; | б) 5*х* = 3; | в) 0,01*х* = 2; | г) 100*х* = 2. |

Типові завдання до теми «Логарифмічна функція»

1. Зростаючою чи спадною є функція:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у* = ; | б) *у* = ; | в) *у* = ; | г) *у* = . |

2. Порівняйте з нулем:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) ; | г) . |

3. Порівняйте:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а)  і ; | б)  і ; | в)  і ; | г)  і . |

4. Порівняйте з одиницею основу логарифма:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а)  < ; | б)  > ; | в)  > ; | г)  < . |

5. Додатним чи від’ємним є число:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) ; | б) ; | в) ; | г) . |

6. Знайдіть найбільше і найменше значення функції на відрізку:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) *у = , х є ;* | б) *у =* , *х є* ; | в) у = , *х є* ; |
| г) *у =* , *х є* . |  |  |

7. Знайдіть область визначення функції:

|  |  |
| --- | --- |
| а) *f(x) =* ; | б) *f(x) =* ; |
| в) *f(x) = 2 lg х + 3 lg (2 – х)*; | г) *f(x) = .* |

8. Побудуйте графік функції:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) *у* = ; | б) *у* = ; | в) *у* =  *–* 1; | г) *у* = . |

**7. Розумне для розумників**

В умовах модернізації суспільства процес навчання націлений на створення умов для самовизначення й самореалізації особистості, на досягнення конкретних результатів у вигляді сформованих умінь і навичок, узагальнених способів діяльності, соціально-значущих компетенцій, у тому числі й уміння критично мислити.

З багаторічного досвіду роботи було встановлено, що головними проблемами для учнів залишаються самостійний аналіз отриманої інформації (їх адекватна інтерпретація), встановлення логічних зв′язків між подіями та явищами, неспроможність більшості вирішувати аналітичні операції, оцінювати інформаційне джерело з позицій об’єктивності тощо. Згідно з критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів з різних навчальних предметів найвищі бали виставляються за вияв учнем уміння мислити. Отже, першочерговою є потреба формувати у школярів уміння орієнтуватися в інформації, аналізувати її, узагальнювати, робити висновки тощо. Очевидно, що способи і прийоми, використовувані у традиційному навчанні, дозволяють досягти лише перших трьох рівнів навчальних досягнень учнів. З огляду на це особливого значення набуває формування критичного мислення у процесі навчання.

Технологія розвитку критичного мислення є інтерактивною, тому її застосування забезпечує взаємодію суб’єктів освітнього процесу в різних режимах:

|  |  |
| --- | --- |
| учитель – учень,  учень – підручник,  учень – учень, | учень – група,  група – група,  учень – клас. |

Одним з прийомів технології «Розвитку критичного мислення» є прийом «Концептуальна таблиця», який використовується для порівняння трьох і більше аспектів або питань.

Прийом «Концептуальна таблиця» – це педагогічний метод. Він вчить учнів розглядати тему з різних сторін, аналізувати і узагальнювати інформацію. Даний метод – один із способів навчання учнів критичного усвідомленого мислення, який формує порівняльну систему суджень, сприяє вмінню знаходити і аналізувати особливі ознаки об'єктів.

Таблиця будується так:

* по горизонталі розташовується те, що підлягає порівнянню,
* а по вертикалі – різні риси, властивості, за якими це порівняння відбувається.

Залежно від мети, яка ставиться на уроці, таблиця заповнюється учнями в якості домашнього завдання або на уроці, поступово або вся цілком. Прийом використовують на етапі закріплення пройденого матеріалу, на уроках структуризації і узагальнення знань.

Для застосування прийому «Концептуальна таблиця» учитель визначається з актуальною темою, в якій можна порівняти кілька об'єктів. Перед уроком на дошці малюється таблиця-шаблон або готується роздатковий матеріал. Надалі учні можуть самі вибирати об'єкти для порівняння. Учні фіксують свої судження, доповнюють, виправляють і порівнюють інформацію. Щоб краще зрозуміти питання і правильно заповнити таблицю, використовують наочний матеріал. Концептуальну таблицю розглядають як стратегію ведення уроку в цілому або на стадії рефлексії.

В ході даної роботи формуються і розвиваються такі вміння:

* узагальнювати пройдений матеріал;
* порівнювати і аналізувати;
* вміння виділяти головне і проводити аналогії;
* створювати цілісне уявлення про досліджувані об'єкти.

Пропонуємо таку таблицю з теми «Функція». Її можна робити спрощеною, розширеною, такою, яка підходить особисто Вам або Вашим вихованцям.

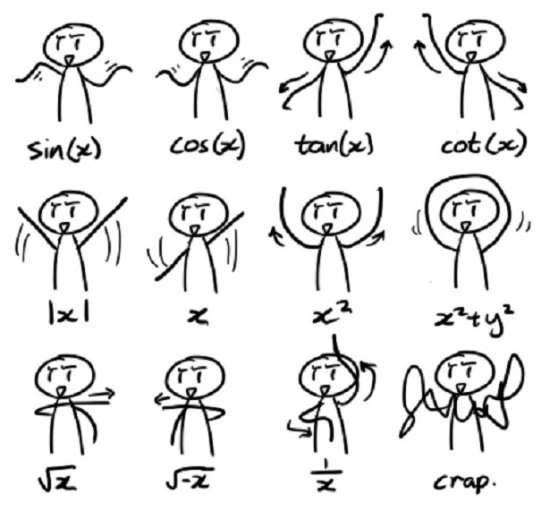
На уроках математики учням можна запропонувати заповнити концептуальну таблицю, працюючи в парах або в невеликих групах.

**«Концептуальна таблиця» для теми «Функція»**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Функція  Властивості |  |  |  |  |  | … |
| Область визначення |  |  |  |  |  |  |
| Множина значень |  |  |  |  |  |  |
| Нулі функції |  |  |  |  |  |  |
| Парність, непарність |  |  |  |  |  |  |
| Зростання (спадання) |  |  |  |  |  |  |
| Проміжки знакосталості |  |  |  |  |  |  |
| Графік |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

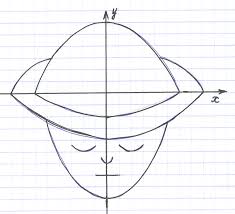
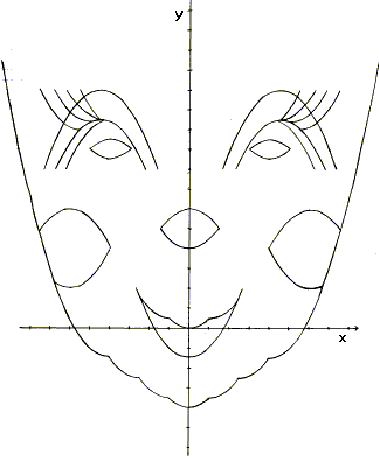
«Концептуальна таблиця», як спосіб графічної організації матеріалу, сприяє знаходженню відносин між частинами інформації, визначенню значущості матеріалу. Прийом допомагає учням знайти відмінні ознаки об'єктів, узагальнити і знайти взаємозв'язки в матеріалі вивченої теми.

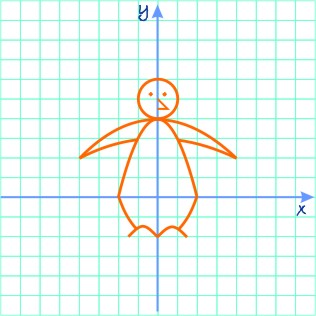
**8. Функції посміхаються**



|  |  |
| --- | --- |
| **Парасолька** | |
| Ð ÐµÐ·ÑÐ»ÑÑÐ°Ñ Ð¿Ð¾ÑÑÐºÑ Ð·Ð¾Ð±ÑÐ°Ð¶ÐµÐ½Ñ Ð·Ð° Ð·Ð°Ð¿Ð¸ÑÐ¾Ð¼ "Ð³ÑÐ°ÑÐ¸ÐºÑ ÑÑÐ½ÐºÑÐ¸Ð¸ ÑÐ»ÑÐ±Ð°ÑÑÑÑ" | F:\Функція 2017\Функція 2019\vihmavari.jpg |
| **Окуляри** | |
| Ð ÐµÐ·ÑÐ»ÑÑÐ°Ñ Ð¿Ð¾ÑÑÐºÑ Ð·Ð¾Ð±ÑÐ°Ð¶ÐµÐ½Ñ Ð·Ð° Ð·Ð°Ð¿Ð¸ÑÐ¾Ð¼ "Ð³ÑÐ°ÑÐ¸ÐºÑ ÑÑÐ½ÐºÑÐ¸Ð¸ ÑÐ»ÑÐ±Ð°ÑÑÑÑ" | F:\Функція 2017\Функція 2019\Без названия.png |

|  |  |
| --- | --- |
| **Кит** | |
| Ð ÐµÐ·ÑÐ»ÑÑÐ°Ñ Ð¿Ð¾ÑÑÐºÑ Ð·Ð¾Ð±ÑÐ°Ð¶ÐµÐ½Ñ Ð·Ð° Ð·Ð°Ð¿Ð¸ÑÐ¾Ð¼ "Ð³ÑÐ°ÑÐ¸ÐºÑ ÑÑÐ½ÐºÑÐ¸Ð¸ ÑÐ»ÑÐ±Ð°ÑÑÑÑ" | F:\Функція 2017\Функція 2019\vaal.jpg |



**9. Програма з елективного курсу «Про функції цікаво»**

**9 клас**

***Пояснювальна записка***

Програма складена на основі діючих програм і підручників з математики. В курсі «Про функції цікаво» представлені теми шкільного курсу математики.

Починаючи з 7 класу в центрі уваги шкільної математики знаходиться розуміння функції. Однак розміри шкільного підручника, кількість годин, що виділяються на вивчення теми «Функція» в різних класах, не дозволяють показати в повному обсязі все різноманіття завдань, що вимагають розуміння функціонального підходу, навчити учнів глибоко розуміти і використовувати властивості функції. Немає часу викласти історію виникнення цього цікавого розділу в шкільному курсі математики. Тести підсумкової атестації з математики за курс основної школи припускають наявність у школярів подібних знань, тому формувати основи цих знань необхідно починати якомога раніше.

Курс «Про функції цікаво» дозволить поглибити знання учнів:

* *з історії виникнення поняття,*
* *про способи задання функцій,*
* *їх властивості.*

А також розкриє перед школярами нові знання про обернені функції і властивості взаємно обернених функцій, що виходять за рамки шкільної програми.

***Мета***:

створення умов для обґрунтованого вибору учнями профілю навчання в старшій школі через оцінку власних можливостей в освоєнні математичного матеріалу на основі розширення уявлень про властивості функцій.

***Завдання:***

* закріплення основ знань про функції та властивості;
* розширення уявлень про властивості функцій;
* формування умінь «читати» графіки і називати властивості за формулами;
* залучення учнів в ігрову, комунікативну, практичну діяльність як фактор особистісного розвитку.

Курс призначений для учнів 9 класів середніх загальноосвітніх закладів, реалізує допрофільну підготовку. Розрахований на 17( в дужках пропонується на 35) годин аудиторного часу. Включений в програму матеріал має пізнавальний інтерес для учнів і може застосовуватися для різни груп школярів внаслідок своєї узагальненості і практичної спрямованості. Розгортання навчального матеріалу чітко структуроване і відповідає завданням курсу. Формами підсумкової атестації є виставка «Портфоліо досягнень», а також дидактична гра «Сходження на вершину знань».

*«Портфоліо досягнень» включає:*

- схему дослідження функцій;

- самостійні дослідження властивостей функції (не менше чотирьох)

- побудова графіка

***Вимоги до засвоєння курсу***.

*Учні повинні знати:*

* поняття функції як математичної моделі, яка описує різноманітність реальних залежностей;
* визначення основних властивостей функції (область визначення, область значень, парність, зростання, екстремуми, оборотність і т.д.)

*Учні повинні вміти:*

* правильно вживати функціональну термінологію;
* досліджувати функцію і будувати її графік;
* описувати за графіком функції її властивості.

**Тематичне планування навчального матеріалу**

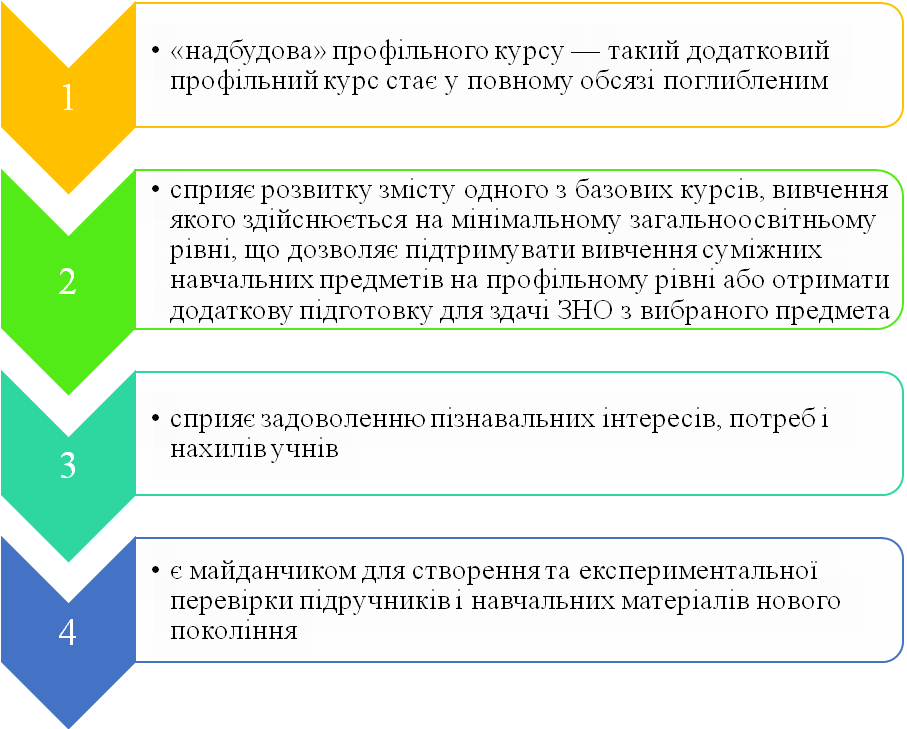
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ уроку** | **Тема уроку** | **Кількість годин** | **Дата проведення** | **Технологія реалізації** |
| 1  (1,2) | Підготовчий етап: постановка мети, перевірка володіння базовими навичками. | 1  (2) |  | Бесіда, тестування. |
| 2  (3,4) | Історико – генетичний підхід до поняття «функція» | 1  (2) |  | Лекція, демонстрація фільму |
| 3  (5,6) | Способи задання функцій | 1  (2) |  | Бесіда, практикум |
| 4  (7,8) | Схема дослідження функції | 1  (2) |  | практикум |
| 5  (9,10) | Парні і непарні функції | 1  (2) |  | Бесіда, практикум |
| 6  (11,12) | Зростання і спадання функції | 1  (2) |  | Бесіда, практикум |
| 7  (13,14) | Монотонність функції | 1  (2) |  | Лекція, практикум, тестування |
| 8  (15,16) | Обмежені і необмежені функції | 1  (2) |  | Семінар, практикум |
| 9  (17,18) | Найбільше і найменше значення функції | 1  (2) |  | Бесіда, практикум |
| 10  (19,20) | Схема дослідження функції | 1  (2) |  | Бесіда, практикум |
| 11  (21,22) | Дослідження функцій елементарними способами | 1  (2) |  | Практикум, тестування |
| 12  (23,24) | Побудова графіків функцій | 1  (2) |  | Практикум |
| 13  (25,26) | Побудова графіків функцій | 1  (2) |  | Практикум, тестування. |
| 14  (27,28) | Функціонально – графічний метод розв’язання рівнянь | 1  (2) |  | Бесіда, практикум |
| 15  (29,30) | Функція: просто, складно, цікаво | 1  (2) |  | Дидактична гра «Сходження на вершину знань» |
| 16  (31,32) | Функція: просто, складно, цікаво | 1  (2) |  | Презентація «Портфоліо досягнень» |
| 17  (33,34) | Узагальнення з теми «Функції» | 1  (2) |  | Тестування |
| (35) | Науково – практична конференція для учнів 7 -8 класів | (1) |  | Виступи учнів зі своїми портфоліо |

**10. Елективний курс «Функції в природі і техніці»**

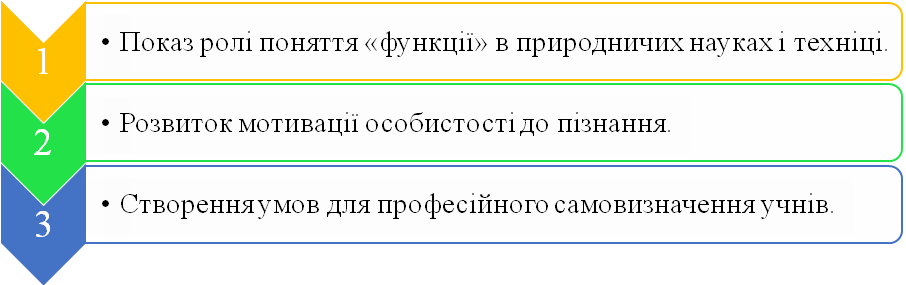
**Преамбула**

Елективний курс – це додаткові навчальні заняття за вибором. «Електа» (англ. elective) – означає виборний, факультативний. Список таких курсів пропонується школярам чи студентам на початку навчального року. Вони доповнюють зміст дисципліни, що вважається профільною в даній школі або коледжі, а також покликані актуалізувати та індивідуалізувати процес утворення. Як правило, ці заняття дають більш глибокі знання, які неможливо почерпнути з стандартної програми.

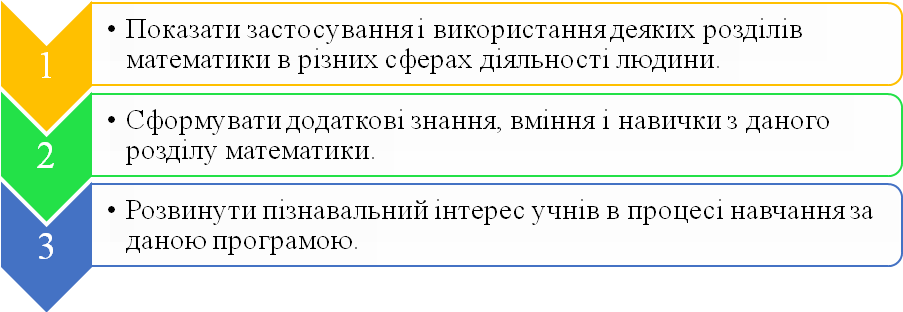
Елективний курс виконує декілька функцій:



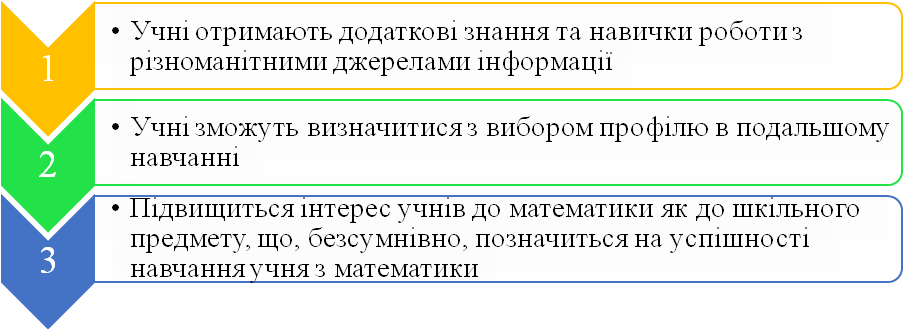
**Основна мета курсу:**

******

**Завдання курсу:**

******

**Очікувані результати:**



**Пояснювальна записка**

Як зауважив Г. Галілей, книга природи написана на математичній мові і її букви – математичні знаки і геометричні фігури – неможливо зрозуміти її слова. І саме функція є тим засобом математичної мови, яке дозволяє описувати процеси руху, зміни, властиві природі.

Вперше функція увійшла в математику під ім'ям «змінна величина» в знаменитій праці французького математика і філософа Р. Декарта «Геометрія» (1637г.). З розвитком науки поняття функції уточнювалося і узагальнювалося.

Серед усього різноманіття функцій виділяють невелику групу функцій, добре відомих з елементарної алгебри. Ці функції звуться елементарні. Вони є фундаментом, на якому базується вміння будувати графіки інших, набагато більш складних функцій, які є різними комбінаціями найпростіших елементарних функцій.

Одне з основних призначень функції – опис реальних процесів, що проходять в природі. Вчені – дослідники природи і філософи виділили два протилежних типу перебігу процесів: поступове (безперервне) і стрибкоподібне (наприклад, падіння і відскоки м’яча). Відповідно з цим розглядаються два типи величин. Але якщо є розривні процеси, то необхідні і засоби для їх опису. З цією метою вводяться в дію функції, які мають розриви, скачки. Вводяться поняття точок розриву, усувного розриву.

Наступний етап – уміння будувати графіки функцій. Часто побудова графіків пов'язана з дослідженням поведінки функції. Однак, необхідність побудови графіків не обмежується тільки цим. У ряді випадків графіки полегшують знаходження розв’язків рівнянь і нерівностей, скорочуючи і спрощуючи аналітичні викладки, і часто при цьому є єдиним методом таких завдань. Крім того, графічний метод нерідко застосовується і при розв’язанні багатьох прикладних задач. Тут дуже природним чином вводиться система координат. Засвоєння теми полегшить учням вивчення кінематики. На графіку рівномірний процес зображується прямою лінією; при цьому залежна і незалежна змінні пов'язані співвідношенням

Накреслений графік – це короткий і наочний опис будь-якого процесу, або ланцюжка подій, або ряду спостережень. Недарма вважають, що графік – це «лінія, що говорить», яка може багато розповісти. Формули одержують часом в результаті обробки експерименту. Такі формули називаються емпіричними. Наприклад, через заданий провідник пропускають електричний струм, провідник нагрівається до певної температури. Ясно, що температура є функцією струму.

Даний елективний курс розрахований на учнів 9-х класів. Пропонується всім учням, які мають інтерес до математики або бажають познайомитися із застосуванням математики в різних сферах діяльності людини.

Проводяться як теоретичні заняття (лекції), так і практичні (семінари, заняття в комп'ютерному класі, робота з літературою). Робота на практичних заняттях проводиться як групова, колективна, так і індивідуальна.

**Навчально-тематичне планування**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  **заняття** | **Тема** | **Теоретичні заняття** | | **Практичні заняття** | |
| **Кількість годин** | **Зміст** | **Кількість годин** | **Зміст** |
| 1 - 2 | Історія розвитку поняття «функція» | 1 | Основні поняття: незалежна величина - аргумент, залежна величина - функція, однозначність відповідності та ін. | 1 | Робота в бібліотеці, в комп'ютерному класі. Знайомство з бібліографією з історії розвитку поняття «функція». |
| 3 - 6 | Способи задання функції | 1 | Існує три основних способи вираження залежності між двома величинами: табличний, аналітичний і графічний. З цими класичними способами часто доводиться мати справу при встановленні та вивченні залежностей як в природознавстві, так і в математиці.  Табличний спосіб є основним при виявленні реальних залежностей і може виявитися єдиним засобом їх завдання.  Графічний спосіб представлення залежностей - один із засобів їх фіксації при вивченні реальних залежностей. Це дозволяють робити різні прилади: сейсмограф, електрокардіограф, осцилограф і т.п.  Аналітичне (формульне) завдання функції відрізняється своєю компактністю, містить в собі повну інформацію про залежність величин.  Застосовуючи комп'ютер, ми стикаємося ще з одним способом завдання функції: за допомогою програми на відповідному алгоритмічній мові. | 3 | Розглядаються завдання на різні способи завдання функцій. Але завдання з різних областей природознавства вимагають і комбінованих способів: таблиця - графік - формула, формула - таблиця - графік, графік - таблиця, графік - формула, формула - графік і т. д. |
| 7 - 9 | Найпростіші елементарні функції | 1 | За допомогою «концептуальних таблиць» відновити та повторити відомості про елементарні функції | 2 | Розглядаються властивості і графіки:   * лінійної функції (пряма), * квадратичної функції (парабола), * функції, що виражає обернено-пропорційну залежність (гіпербола), * показникової функції. |
| 10 - 13 | Властивості функції | 1 | Дослідження функцій дає можливість встановити її основні властивості:   * область визначення; * область значень; * характер її монотонності; * періодичність; * парність і непарність (питання про симетрії); * інтервали знакосталості; * нулі функції; * опуклість графіка; * наявність асимптот. | 3 | На прикладі функцій, вже відомих учням, розглядаються різні функції з натуральним, цілим, раціональним показником. Звертається увага на те, як властивості і графіки функцій змінюються. |
| 14 - 16 | Основні методи побудови графіків функцій | 1 | При побудові графіків багатьох функцій часто можна уникнути проведення попереднього дослідження функції, використовуючи ряд методів, що спрощують перетворення функцій і полегшують побудову графіків:  1). Паралельне перенесення уздовж осей координат  2). Відображення  3). Побудова графіків парних і непарних функцій.  4). Побудова графіків обернених функцій.  5). Деформація (стиснення і розтяг) | 2 | Вирішуються завдання з виконанням основних арифметичних операцій над функціями і їх графіками, з комбінацією вищевикладених прийомів. |
| 17 - 20 | Алгебраїчні операції над графіками функцій | 1 | Явні алгебраїчні функції - функції, одержані з функції *у = х* за допомогою алгебраїчних операцій, до яких, крім арифметичних, відносяться піднесення до степеня, добування кореня. Неявні алгебраїчні функції - трансцендентні. | 3 | Розглядаються способи побудови графіків явних алгебраїчних і трансцендентних функцій на основі основних алгебраїчних операцій над функцією. Використовується додавання графіків, множення. При побудові таких графіків враховується, що область визначення функції є спільною частиною областей визначення кожної з функцій. |
| 21 - 25 | Побудова графіків складних функцій | 1 | Перш ніж приступити до побудови графіка складної функції необхідно спочатку побудувати графік елементарної функції а потім, по точках, будувати графік складної функції, проводячи операцію взяття функції від функції. | 4 | Розв’язується завдання на побудову графіків функцій для ряду найважливіших окремих випадків. |
| 26 - 28 | Розривні, кусково-елементарні функції | 1 | Знайомство на прикладах з кусково – елементарними функціями. Побудова графіків таких функцій. | 2 | Розв’язуються завдання: падіння каменя у воду, процес падання парашутиста до моменту розкриття парашута та інші. Будуються графіки кусково-елементарних функцій:  1). ціла частина числа  2). дробова частина числа  3). одинична функція Хевісайда |
| 29 - 32 | Читання графіків, конструювання формул | 2 | За допомогою запропонованих графіків провести аналіз події.  За наочним зображенням або дослідженнями записати формулу того чи іншого процесу | 2 | Розглядаються графіки руху, зміни температури повітря протягом доби, рівень води під час паводку, графік руху поїздів.  Проводиться експеримент, за допомогою якого з'ясовується формула залежності часу заповнення посудини водою від площі поперечного перерізу трубки по якій тече вода (беруться трубки різних діаметрів). |
| 33 - 35 | Дослідження графіків функцій під час розв’язання різних задач. | 1 | Загальна схема дослідження функції. Її аналітична інтерпретація. | 2 | Розв’язання задач, пов'язаних з описом рівномірних процесів: переміщення зі сталою швидкістю, подача води по трубі з постійною пропускною спроможністю, виконання роботи при постійній продуктивності праці, оплата проїзду при постійній таксі і таке інше.  Способи задання функції. |
| **35** | **Всього** | **11** |  | **24** |  |

**11. Віртуальний кабінет математики**

1. http://sites.google.com/site/matematikaonlajn Сайт присвячено підтримці вивчення математики в загальноосвітніх навчальних закладах України.
2. http://mathedu.ru Інтернет-бібліотека. Тут можна безкоштовно завантажити електронні книги та статті з математики, методики викладання та історії освіти.
3. http://www.formula.co.ua Математика для школи.
4. http://www.math.ru На сайті ви знайдете книги, відео-лекції, цікаві математичні факти, різні за рівнем і тематикою завдання, історії з життя математиків — все те, що допоможе поринути у дивовижний і захоплюючий світ математики.
5. http://www.mccme.ru Московський центр безперервної математичної освіти.
6. http://www.etudes.ru На сайті представлені етюди, виконані з використанням сучасної комп'ютерної 3D-графіки, захоплююче і цікаво розповідають про математику та її додатки, серед яких цікаві науково-популярні розповіді про сучасні завдання математики та мультфільми, що по-новому розкривають відомі сюжети.
7. http://www.mathnet.ru Інформаційна система Math-Net.Ru — це загальноросійський математичний портал, що надає російським і закордонним математикам різні можливості в пошуку інформації про математичне життя в Росії.
8. http://www.dpva.info Інженерний довідник.
9. http://mathworld.ru Світ математики.
10. http://webmath.exponenta.ru Сайт самостійної студентської роботи. Обов’язково відвідайте.
11. http://exponenta.ru Освітній математичний сайт.
12. http://www.geogebra.org Сайт системи динамічної комп'ютерної математики GeoGebra.
13. https://sites.google.com/site/geogebravukraieni GeoGebra в Україні.
14. https://sites.google.com/site/geogebrachernigiv Центр GeoGebra «Інститут GeoGebra Чернігів, Україна».
15. https://sites.google.com/site/biblkompmod Бібліотека комп'ютерних моделей.
16. https://sites.google.com/site/biblkompmodelej Бібліотека комп'ютерних моделей (на російській мові).
17. http://kafinfo.org.ua/geogebra Інститут GeoGebra Харків, Україна.
18. http://www.dl.bsu.by/course/view.php?id=426 Мінський інститут GeoGebra, Білорусь.
19. http://www.geogebratube.org GeoGebraTube.
20. http://gmt.org.ua (http://gp.gmt.org.ua та http://3d.gmt.org.ua) http://mathforum.at.ua Сайти Комарівського В’ячеслава Дмитровича, студента інституту математики фізики і технологічної освіти Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.
21. http://mathematicsbhilai.blogspot.in Блог Sanjay Gulati «Математична академія» (мова англійська).
22. http://www.dgeometry.ru Динамічна геометрія для школи.
23. http://www.mathege.ru Відкритий банк завдань з математики.
24. http://karmanform.ucoz.ru Карман для математика.
25. http://ilib.mirror1.mccme.ru Невелика фізико-математична інтернет-бібліотека. Обов’язково завітайте.
26. http://www.problems.ru Інтернет-проект «Задачі» призначений для вчителів і викладачів, як допомога при підготовці уроків, гуртків та факультативних занять у школі.
27. https://sites.google.com/site/visualmatem Сайт творчо працюючих вчителів математики.
28. http://www.fxyz.ru Формули з математики.
29. http://www.comp-science.narod.ru Вчителям інформатики та математики та їх допитливим учням.
30. http://mathurl.com Вставка LaTeX — формул.
31. http://livegeometry.com Live Geometry — вдосконалений онлайн-аналог DG.
32. http://webmath.exponenta.ru Для тих хто вивчає та викладає математику.
33. http://eek.diary.ru/p148941323.htm Сторінка І.Ф. Шаригіна.
34. http://www.ega-math.narod.ru Сайт «Математика цікава для мене».
35. http://kafinfo.org.ua/index.php/mathematika/matematyka/187 Інтернет-ресурси з математики.
36. http://kafinfo.org.ua/index.php/mathematika/matematyka/185 Посилання на сайти присвячені математичним пакетам.
37. https://sites.google.com/site/vcitelumatematiki Сайт для методистів РНМЦ, методистів-кореспондентів та вчителів математики.
38. http://math.teacher.msu.ru Асоціація вчителів та викладачів математики.
39. http://matematika21vek.ucoz.ru Математика XXI сторіччя.
40. https://sites.google.com/site/gradient19sdn Сайт вчителів математики 19 школи м. Дніпропетровська.
41. http://urokimatematiki.ru Математика, презентації до уроків математики, відеоуроки (на російській мові).
42. http://mathlessons.ucoz.com Мультимедійна дошка на уроках математики в 5-6-х класах.
43. http://www.3dg.com.ua Інтерактивні 3D моделі.
44. https://sites.google.com/site/spilnotamatematiki Мережева спільнота вчителів математики міста Києва.
45. http://www.wolframalpha.com Розв'язування математичних задач, онлайн (англомовний сайт).
46. http://eek.diary.ru/p166990352.htm Книжкові полиці спільноти DIARY.
47. http://www.kokch.kts.ru/math Тести з математики (на російській мові).
48. http://ist-matemat.at.ua Історична мозаїка в математиці.
49. http://www.shevkin.ru Математика. Школа. Майбутнє.
50. http://www.geometry.ru Геометричний сайт.
51. http://eek.diary.ru Містить велику бібліотеку літератури присвяченої математиці та її викладанню.
52. http://hijos.ru Сайт «Математика, яка мені подобається».
53. http://www.wolframalpha.com Wolfram|Alpha.
54. http://www.school.ioffe.ru Фізико-технічна школа академічного університету.
55. <https://www.symbaloo.com/mix/matematyka?fbclid=IwAR3PWq0lJMTa9IW2Y1jo9VkdhjJuUcgXHHMPZmpM-FZOPJOP2XzNWOjbDgo>

